

ערך הזמן של הכסף

שיקולים בין צריכה/השקעה בהווה לבין צריכה/השקעה בעתיד.

1. פריון כלכלי- באמצעות גורמי היצור שלי אני יכול ליצר מוצרים לטווח זמן המייד או לעתיד. בגלל הפריון הכלכלי הריביות הן חיוביות ולכן **תמיד הערך העתידי יהי גדול מהערך העכשווי**. (שק חיטה שנמכור היום או נזרע את החיטה ועוד מספר חודשים נוכל להפיק מאותו שק שני שקים).

2. העדפת הזמן- הכסף של היום שווה יתר מהכסף של מחר (בגלל היכולת לצבור ריבית) ולכן תמיד נרצה לקבל את הכסף כמה שיותר מהר.

ערך עתידי

ריבית פשוטה- ריבית שמקבלים בסוף תקופת ההלוואה.

ריבית פשוטה- r

סכום ההחזר- s

$$s = V_0 + V_0 * r * n$$

$$s = V_0(1 + r)n$$

מספר התקופות- n

ערך- v

ריבית מראש- הלוואה שהריבית עליה משולמת בזמן קבלת ההלוואה. דוגמא- הלוואה של 1000 ש"ח עם ריבית של 20%. המלווה נותן ללווה 1000 ש"ח, הלווה נותן למלווה את הריבית (200 ש"ח) ומתחייב בסוף התקופה שנקבעה להחזיר 1000 ש"ח.

בזמן שאנו לוקחים הלוואה תמיד נבדוק היכן הריבית האפקטיבית יותר נמוכה.

דוגמא: שתי אפשרויות הלוואה:

1. \$ 1000 ריבית פשוטה של 26%.

2. \$1000 ריבית מראש של 22%.

נבדוק מהי הריבית האפקטיבית של כל הלוואה.

$$1000 * 0.26 = 260 \quad 1.$$

$$1000 * 0.22 = 220 \text{ -ריבית אפקטיבית היא } 220/780 = 0.28 \quad 2.$$

אנו רואים כי למרות שבריבית מראש ערך הכסף שאנו לווים הוא נמוך יותר, אך היחס בין המזומן שקיבלנו לכסף שנצטרך להחזיר הוא גבוה יותר ולכן הלוואה זו פחות משתלמת.

ריבית דריבית- ריבית אשר מתווספת לתקופה הקודמת נחשבת כחלק מהעסקה.

$$V_1 = V_0(1+r_1)$$

$$V_2 = V_1(1+r_2) = V_0(1+r_1)(1+r_2)$$

$$V_3 = V_2(1+r_3) = V_0(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)$$

$$V_t = V_0 \cdot \prod_{i=1}^t (1+r_i)$$

ריבית פשוטה- r

סכום ההחזר- S

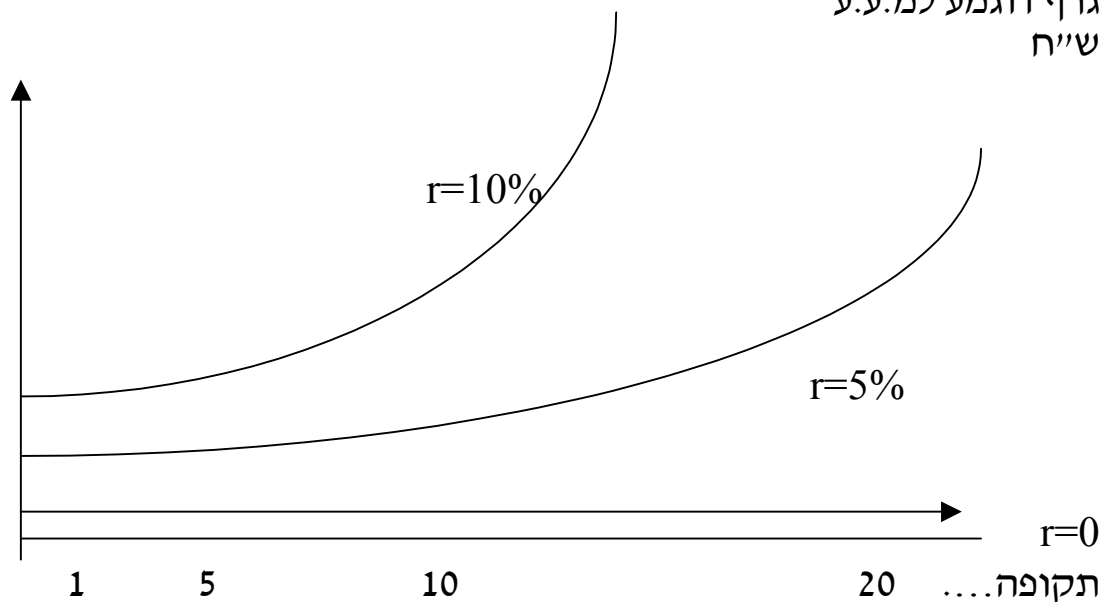
מספר התקופות- n

ערך- V

התקופה- t

$$(1+r)^t = \text{מ.ע.ע (מקדם ערך עתידי)}$$

גרף דוגמא למ.ע.ע
ש"ח



ישנן שתי השפעות על הערך העתידי.

האחת מספר התקופות .

והשניה ערך הריבית. ערך הריבית משפיע יותר על שיפוע העקומה מאשר מספר התקופות.

תרגיל:

הנח כי הפקדת 100 שקל בתוכנית חסכון בבנק. הריבית השנתית היא 5% חשב מהו הסכום שיעמוד לרשותך לאחר:

1. שנה אחת.
2. שנתיים.
3. שלוש שנים.

פתרון:

נשתמש בנוסחאת של ערך עתידי. $V_t = V_0(1+r)^t$

$$1. \quad 100 * (1+0.05) = 100 * 1.05 = 105$$

$$2. \quad 100 * (1+0.05)^2 = 100 * 1.1025 = 110.25$$

$$3. \quad 100 * (1+0.05)^3 = 100 * 1.1576 = 115.76$$

תרגיל

הנח כי שני בנקים מציעים ריבית שונה על ההפקדות. הבנק הראשון מציע 10% ריבית לשנה במהלך השנה הראשונה, ו- 8% לשנה במהלך השנה השנייה. הבנק השני מציע 8% לשנה במהלך השנה הראשונה, ו- 10% לשנה במהלך השנה השנייה. אם ברצונך לחסוך 100 ש"ח לשנתיים, הצעתו של איזה בנק עדיפה?

$$\text{ערך עתידי בבנק א' - } 100 * (1+0.10)(1+0.08) = 100 * 1.188 = 118.80$$

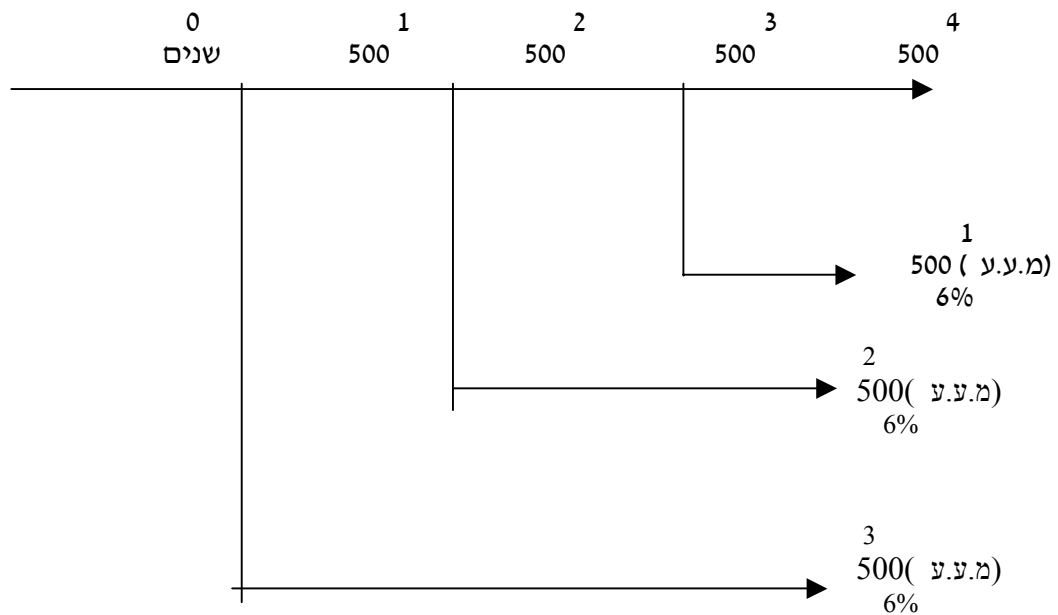
$$\text{ערך עתידי בבנק ב' - } 100 * (1+0.08)(1+0.10) = 100 * 1.188 = 118.80$$

ערך עתידי של זרמי כספים שווים

מספר דרכים לחשב את הערך העתידי של מזומנים בתוספת הריבית .

דוגמא

מה יהיה הערך בסוף ארבע שנים בתוכנית חיסכון אשר מבטיחה תשואה של 6% לשנה כאשר בסוף כל שנה אנו מפקידים בה 500 ש"ח.



בסוף השנה הרביעית יהיה לנו-

$$500(1+0.06)^3+500(1+0.06)^2+500(1+0.06)+500=2188$$

לפיכך נוכל לכתוב כי

$$S_t = a \frac{(1+r)^t - 1}{r} : \text{מקדם ערך עתידתי סדרתי הנו}$$

דרך שניה זה ע"י מחשבון פיננסי (מפי) אבל צריך לזכר לסמן למחשב שאת החישוב יעשה לפי סוף תקופה.

ודרך רביעית היא לפי לוח מקדם ערך עתידי.

הנוסחה בה יש להשתמש לחישוב ערך עתידי אשר בכל סוף תקופה מוסיפים לקרן סכום קבוע a .

$$S_t = a \frac{(1+r)^t - 1}{r}$$

ואם התוספת הקבועה לקרן היא בתחילת כל תקופה אז יש להוסיף לנוסחה זו-

$$S_t = a \frac{(1+r)^t - 1}{r} (1+r)$$

אם המקדמים לכל תקופה אינם שווים או אם הריבית אינה שווה אז יש לעשות חישוב לכל שנה בפני עצמה ואז לחבר.

תרגיל

הנח כי הפקדת 100 שקלים בכל אחת משלוש השנים הבאות. הריבית השנתית היא 10% לשנה.
 א. מהו הסכום שיעמוד לרשותך בתום שלוש השנים אם ההפקדות נעשו בסוף כל שנה.
 ב. מהו הסכום שיעמוד לרשותך בתום שלוש השנים אם ההפקדות נעשו בתחילת כל שנה.

א. הפקדה בסוף כל שנה

תקופה	הפקדה	ריבית	סכום מצטבר
1	100	0	100
2	100	$100 * (0.10) = 10$	$100 + 110 = 210$
3	100	$210 * (0.10) = 21$	$100 + 210 + 21 = 331$

ב. הפקדה בתחילת כל שנה

תקופה	הפקדה	ריבית	סכום מצטבר
1	100	$100 * (0.10) = 10$	110
2	100	$110 * (0.10) = 11$ $100 * (0.10) = 10$	$110 + 100 + 11 + 10 = 231$
3	100	$231 * (0.10) = 23.1$ $100 * (0.10) = 10$	$231 + 23.1 + 100 + 10 = 364.1$

שימוש נוסחאות

$$S_t = a \frac{(1+r)^t - 1}{r} = 100 * \frac{(1.10)^3 - 1}{0.10} = 331.0 \quad \text{הפקדה בסוף התקופה}$$

$$S_t = a(1+r) * \frac{(1+r)^t - 1}{r} = 100 * 1.10 * \frac{(1.10)^3 - 1}{0.10} = 364.10 \quad \text{הפקדה בתחילת התקופה}$$

ערך נוכחי

מהוא הערך היום של שקל אחד שנקבל בעוד שנה. ערכו של השקל הזה תלוי בפריון כלכלי, ובהעדפת הזמן ולכן הערך הנוכחי נמוך מהערך העתידי. שקל שוויתרנו עליו היום איננו שווה ערך לשקל עתידי כל עוד קיימת האלטרנטיבה להרוויח עליו תשואה חיובית. הערך התהליך הצמיחה הוא תהליך ההיוון (לקחת ערך מהעתידי ולהביא אותו לערך נוכחי).

$$\frac{1}{(1+r)^t} = \text{מקדם ערך נוכחי (מען)}$$

חישוב הערך הנוכחי הוא ע"י הכפלה של הערך העתידי במקדם הערך הנוכחי.

$$V_0 = V_t / (1+r)^t$$

כדי לפתור בעיות היוון בעזרת הלוחות יש להשתמש בלוח ערך נוכחי, לוח מס 3.

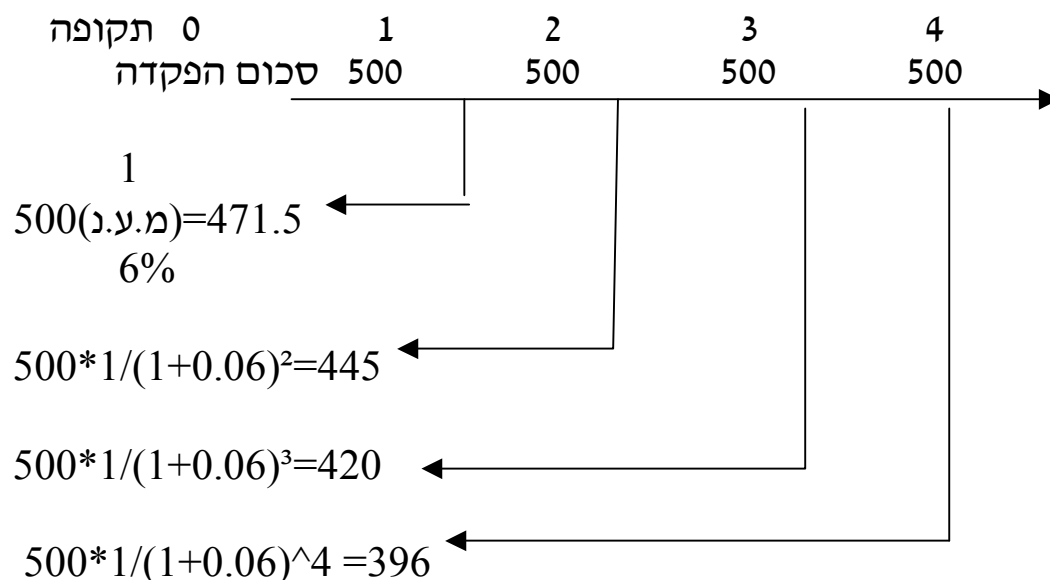
ערך נוכחי של זרמי כספים שווים.

דוגמא:

באפשרותנו לבחור בשתי חלופות:

1. תוכנית חיסכון בא נפקיד בסוף כל שנה 500 ש"ח במשך 4 שנים עם ריבית של 6% לשנה.
2. סכום חד פעמי שנפקיד בתוכנית חיסכון היום.

מה צריך להיות הסכום החד פעמי כך שנהיה אדישים בין החלופות?



$$471.5 + 445 + 420 + 396 = 1732.6$$

על פי הטבלאות, נוכל לחשב את ערך נוכחי סידרתי של זרם ההכנסות.

$$1,732.5 = 500 * 3.465 - t=4, r=6\% \text{ מ.ע.נ.ס.}$$

אם זרמי המזומנים התקופתיים שווים בערכם והריבית שווה בכל התקופות אז ניתן להשתמש בנוסחה.

$At =$ ערך נוכחי של סדרת זרמי מזומנים שווים.

$$At = a \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^t}}{r} = a [\text{מ.ע.נ.ס.}]$$

אם ההפקדה הנה בתחילת תוקפה – מוסיפים $(1+r)$ $a(1+r) \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^t}}{r}$

תרגיל

הנח כי אתה אמור לקבל סכום של 500 ש"ח בעוד שנה. שער הריבית הוא 11% לשנה. חשב מהו ערכם במונחי היום. כיצד ישתנה ערכם אם אתה אמור לקבל סכום זה בעוד שנתיים? בעוד 5 שנים?

$$V_0 = V_t / (1+r)^t$$

$$V_t = 500, r = 11\%$$

$$t=1 : 500 / (1.11)^1 = 450.45$$

$$t=2 : 500 / (1.11)^2 = 500 / 1.2321 = 405.81$$

$$t=5 : 500 / (1.11)^5 = 500 / 1.6851 = 296.73$$

על פי המקדמים התשובה כדלקמן :

$$450.50 = 0.901 * 500 \text{ שנה 1 מ.ע.נ.ס.}$$

$$406.00 = 0.812 * 500 \text{ שנתיים מ.ע.נ.ס.}$$

$$296.73 = 0.593 * 500 \text{ חמש שנים מ.ע.נ.ס.}$$

תרגיל

חברת ה"נעל" רכשה מכונה לייצור סוליות. אורך חיי המכונה 3 שנים. בכל שנה הרווחים הצפויים מהמכונה הם של 1,000 ש"ח. שער הריבית להיוון 10% לשנה. מהו המחיר המרבי שהחברה תהיה מוכנה לשלם עבור המכונה בהנחה שהרווחים מתקבלים:

א. בסוף כל שנה.

ב. בתחילת כל שנה.

בסוף כל תקופה

תקופה	ריבית	נוסחא	סכום
1	10%	$1000/1.1$	909.09
2	10%	$1000/(1.1)^2$	826.45
3	10%	$1000/(1.1)^3$	751.31
סה"כ			2486.85

בתחילת כל תקופה

תקופה	ריבית	נוסחא	סכום
1	0	1000	1000
2	10%	$1000/(1.1)^1$	909.09
3	10%	$1000/(1.1)^2$	826.45
סה"כ			2735.54

אג"ח צמיתה.

בעלת ריבית לאין סוף תקופות.
ערך כנוכחי של זרמי כספים אין סופיים.

$$A^\infty = a/r \quad A_t = A^\infty [1 - (1+r)^{-t}]$$

דוגמא:

קיבלנו משכנתא ל 30 שנה שתוחזר בתשלומים שווים של 100 ש"ח כל אחד. מהוא הערך הנוכחי של זרם תשלומי המשכנתא בשער היוון של 12.7% לשנה.

1. חשב בקרוב.

2. חשב בדיוק.

3. מה הסטיה.

(אם הריבית לשנה היא 12.7% אז הריבית החודשית היא 1%)
ב30 שנה יש 360 חודשים = 12 * 30.

1.

$$A^\infty = a/r = 100/0.01 = 10000$$

2. אם נרצה להיות יותר מדויקים

$$A_t = A^\infty [1 - (1+r)^{-t}] = a/r [1 - (1+r)^{-t}] = 10000 [1 - (1+0.01)^{-360}] = 9721.8$$

3. סטיה של 2.7%.

ככל ש- התקופות יהיו שואפות ל- ∞ כך הסטיה תהיה קטנה יותר ותשאף ל-0.

תרגיל

מחירה של דירה חדשה הוא \$200,000. שער הריבית השנתי הוא 4%. ואחזקת הדירה לעד. חשב מה צריך להיות שכר הדירה השנתי בכדי שההשקעה תהייה כדאית.

$$A^\infty = a/r ; A^\infty = 200,000 ; r = 4\%$$

$$200,000 * 0.04 = \$8,000$$

שאלות לסיכום :

1. חוסך הפקיד 15,000 ש"ח במזומן וקיבל בתום שנתיים 17,776 ש"ח. בהנחה שהריבית החודשית קבועה, סמן את התשובה הנכונה :
 - א. באם החוסך היה ממתין שנה נוספת, היה מקבל סכום של 19,351 ש"ח.
 - ב. במקום הפקדה במזומן יכול היה להפקיד סכום חודשי קבוע של 682 ש"ח.
 - ג. הריבית החודשית שקיבל 7.1%.
 - ד. תשובות א' ו- ב' נכונות.
 - ה. תשובות א', ב' ו- ג' נכונות.
2. אתה מעוניין להבטיח לעצמך הכנסה של 500 ש"ח בכל תחילת חודש במהלך השנים 4 ו- 5. מהו סכום החיסכון אותו עליו להפקיד בתחילת כל חודש בשנתיים הראשונות, בהנחה שיצטבר לרשותו סך של 9,646 בסוף השנה השלישית (הנח כי הריבית החודשית קבועה)
 - א. 245 ש"ח.
 - ב. 311 ש"ח.
 - ג. 250 ש"ח.
 - ד. 197 ש"ח.
 - ה. לא ניתן לחשב את סכום החיסכון החודשי, שכן חסר נתון לגבי שער הריבית.