

1. קנה מידה

שיטת הע.נ.נ מבטיחה שהפירמה מגיעה לקנה המידה האופטימאלי של ההשקעות שלה. כלל השת"פ שמבוטא בערכי אחוזים ולא בערך כספי מתעלם מקנה המידה האופטימאלי וזאת משום שכלל השת"פ יעדיף תמיד הכנסה יחסית גבוהה יותר מבלי להתחשב בגודל המוחלט של ההכנסה. (כלל השת"פ יעדיף 50% תשואה משקל אחד מאשר 20% תשואה על 100 שקל).

2. עיתוי שונה

גם אם קנה המידה שווה אבל העיתוי שונה לא נימצא תשובה אחידה לשת"פ ולע.נ.נ.

דוגמא:

תקופה-	0	1	2	ע.נ.נ 10%	שת"פ
זמ"מ A	1000-	300	1200	263	25.57%
זמ"מ B	1000-	1100	250	206	29%

נימצא שוב שבמונחי ע.נ.נ A עדיף ובמונחי שת"פ B עדיף.
שוב נעשה שת"פ של פרויקט הפרשי-

תקופה	0	1	2	שת"פ
זמ"מ				
A-B	0	- 800	950	18.75%

נימצא כי לפי השת"פ החדש אני מקבל זמ"מ גדול מ- 10% כלומר אנו מקבלים שהזמ"מ A-B משתלם ומצאנו מקודם כי הזמ"מ B גם משתלם ולכן לפי ההגיון שוב אם B חיובי ו-A-B חיובי אז ברור ש-A עדיף על B (גדול יותר). וכך ניפתרה הסתירה בין פתרון הע.נ.נ לבין השת"פ.

3. שעור תשואה של השקעות חוזרות.

את הזמ"מ שאנו מקבלים בסוף כל תקופה אנו חוזרים להשקיעה. במקרה של ע.ג.נ אנו חוזרים להשקיע במחיר ההון ובמקרה של השת"פ אנו חוזרים להשקיעה בשת"פ עצמו.

שת"פ

$$I0 = \sum_{t=1}^{n-1} Cft \frac{1}{(1+IRR)^t} + Cfn \frac{1}{(1+IRR)^n} \Rightarrow I0(1+IRR)^n = \sum_{t=1}^{n-1} Cft(1+IRR)^{n-t} + Cfn$$

ע.ג.נ

$$I0 = \sum_{t=1}^{n-1} Cft \frac{1}{(1+k)^t} + Cfn \frac{1}{(1+k)^n} \Rightarrow I0(1+k)^n = \sum_{t=1}^{n-1} Cft(1+k)^{n-t} + Cfn$$

זרמי תקופת
הביניים

אנו רואים שעל פי גישת השת"פ – את זרמי המזומנים של תקופת הביניים אנו משקיעים בשת"פ עצמו, ולפי הע.ג.נ אנו חוזרים ומשקיעים אותו במחיר ההון.

- מה שבעצם עשינו זה במקום להוון צברנו לעתיד.

ההנחה של השת"פ לא מציאותית וגם נעדרת בסיס כלכלי מכיוון שכדאי לי להשקיעה כל עוד התשואה גבוהה מההון ולא משנה לנו בכמה אחוז השת"פ גדול מההון כל עוד הוא גדול ממנו כדאי לנו.

במקרה של הע.ג.נ ההנחה היא מציאותית וכלכלית כי K זה מחיר הכסף שלנו ותמיד ניתן להשוות בין מחירי ההון להשקעה ולראות כדאי או לא כדאי.

לסיכום – גם כאשר קנה המידה זהה וגם כאשר עיתוי זרמי המזומנים זהים עולה משתי משוואות אלו כי תקבולי תקופת הביניים נצברים בשעורים שונים.

בשיטת השת"פ ע"י- IRR .

בשיטת הע.ג.נ ע"י K.

מכאן עולה כי בשיטת הע.ג.נ מניחים (כפי שצריך) שאת כל התקבולים של הפרויקט ניתן לחזור ולהשקיע במחיר ההון של הפירמה. אם זה לא נכון הרי שעמידת מחיר ההון היתה שגויה לחלוטין שכן הגדרתית מחיר

ההון הוא שעור התשואה המינימאלי שעל הפרויקט להרוויח על מנת לספק את הדרישות של כל ספקי ההון של הפירמה. (K צריך לשקף את השימוש האלטרנטיבי של הכסף). לאומת זאת הנחת העבודה של חידוש השקעה בשת"פ עצמו אין לה כל ביסוס כלכלי. ההנחה של השקעה חוזרת של תקבולי הביניים ב-IRR עשויה להיות בלתי מציאותית שכן אין כל בטחון במציאת פרויקט עם שעור תשואה גבוהה השווה לשת"פ האופייני של הפרויקט הניבחן. גם אם לא ימצא פרויקט כזה וגם עם כן הנחת העבודה בשת"פ שגויה, שכן פרויקטים שיש להם תשואה הגבוהה מעלות גיוס הכסף (מחיר ההון) ההשקעה בהם כדאית. חשיבות ההנחה של שעור התשואה של השקעה חוזרת מתבלטת עוד יותר כאשר מחירי ההון של הפירמה צפויים להשתנות בעתיד.

4. בעיית האופק.

בעיה זו מתעוררת כאשר לפרויקטים האלטרנטיבים (שמוציאים זה את זה) יש אורך חיים שונה. למשל: מתי להחליף את הרכב שלנו ??? כל שנה כל שלוש כל חמש.....?

צריך לבנות זמ"מ של רכב שמוחלף כל שנה זמ"מ של רכב שמוחלף כל שנתיים זמ"מ כל שלוש..... מהם ניבחר את הזמ"מ הטוב ביותר. (זו דוגמא לזמ"מ שמומיא זה את זה). אם נרצה לעשות זאת ע"י הע.ג.נ נתקל בבעיה מכיוון שהע.ג.נ של השנה יהיה קטן יותר מזה של השנתיים וזה של השנתיים קטן יותר מזה של השלוש שנים וכך הלאה, ולכן לא נוכל להשוות ביניהם. דוגמא:

	0	1	2	3	4
A	-I0	Cf1	Cf2	Cf3	Cf4
B	-I0	Cf1	Cf2		

אנו רואים שני פרויקטים שהאחד נותן פרות אחרי 4 שנים והשני אחרי שנתיים. כדי להתגבר על בעיה זו יש לבצע **שרשור** של הפרויקט הקצר.

שרשור - לוקחים את הפרויקט הקצר וחוזרים עליו עד שמשווים את התקופות בין כל הפרויקטים. במקרה שלנו נצטרך לשרשר את פרויקט B עד שנשווה למספר התקופות ב- A

	0	1	2	3	4
B	-I0	Cf1	Cf2		
			-I0	Cf1	Cf2

אם יש כמה פרויקטים וכל אחד באורך שונה נשרשר את כל הפרויקטים לפי מספר התקופות של הפרויקט הארוך ביותר או שניקבע לשרשר את כולם למספר תקופות גדול יותר אך נוח לעבודה לפי שנים / חודשים. הכי נוח זה לשרשר את כולם ל- ∞ שכן ע"י נוסחת החישוב של היוון ל- ∞ תקופות היא הנוחה ביותר.

זמ"מ מהות וקביעה.

בבדיקת כדאיות פרויקט נביא בחשבון את כל הזמ"מ הנובע מהחלטת ההשקעה.

להזכיר - זמ"מ נקי = זמ"מ יוצא - זמ"מ נכנס Cf
אותנו מעניין רק בסיס המזומנים, כלומר העיתוי והסכום של ההוצאות וההכנסות.

זרם מזומנים רלוונטי של פרויקט הוא זרם אשר נובע מהחלטת ההשקעה.

כל השפעה שיש לפרויקט על הזמ"מ של הפעילות הקיימת היא רלוונטית להחלטת ההשקעה וחיבת לקבל את ביטוייה באומדן הזמ"מ של הפרויקט.

הגורמים המשפיעים על הזמ"מ :

1. **השקעה בפחת בזמן 0.** (פחת- כשהחברה רוכשת ציוד למשל רכב חדש שעלותו 50000 ש"ח, מס הכנסה = מחשיב לנו את סכום הרכישה כהוצאה מוכרת במס, איך אין הוא מוכן לתת לנו זיכוי ממס על כל הסכום בשנה אחת, אלא פורש את סכום הזיכוי לכמה שנים. למשל במקרה שלנו נקבל כל שנה זיכוי במס בס"כ 10000 שח למשך 5 שנים. כלומר הפחת שלנו לשנה הוא 5000. כמו כן גם בדו"ח שנתי של רווח והפסד נציג בכל שנה הוצאה בסך 5000. בדרך כלל הפחת מחושב לפי ערך הנכס לחלק באורך החיים של הנכס, וזהו הפחת לשנה. אך כדי לחשב זרמי מזומנים אין זה כך אלא כל ההוצאה נרשמת בזמן 0.

2. **גרט (In)** את מחיר הגרט מוסיפים לתקבולים בשנה האחרונה של הפרויקט או בשנה בה אנו מוכרים את הגרט. מחיר הגרט ניקבע או לפי שוויו הנתון ביום המכירה שלו או לפי הפחת. למשל אם קנינו מכונה ב- 60000 שאורך החיים שלה הוא 5 שנים אך כתוצאה מירידה במכירות אנו רוצים למכור אותה אחרי 3 שנים נמכור אותה במחיר $24000 = 2 * (60000/5)$ ואת סכום זה נוסיף לתקבולים שלנו בסוף השנה השלישית. (כפול 2 מכיוון שלנכס זה נותרו עוד שנתיים כדי למצות את אורך החיים שלו).

3. **מכירת ציוד** - תתוסף בתקבולים בשנת המכירה. אך צריך לשים לב ולקזז את הציוד שנמכר ממחיר ההון של החברה לפי שווי הציוד הנ"ל בסיפרי ההון. למשל בחברת תעבורה יש 100 משאיות. בספרי ההון של החברה מופיעה כל משאית כתוספת של 50000 להון החברה. בפועל מכרנו את המשאית במחיר של 20000 ש"ח, לכן יש להוריד מההון העצמי של החברה (כהוצאה) 50000 ולהוסיף לתקבולים 20000. בזמ"מ תבוטא פעולה זו בסימן שלילי 30000 - .

4. **השקעה בהון חוזר (W) -** בנוסף להשקעה בנכס קיימים שני מצבים שכוחים בהם נדרשת השקעה גם בהון חוזר. מצבים אלו הם כאשר הפירמה נכנסת ליוזמה עיסקית חדשה או כאשר היחא מרחיבה פעילות קיימת. כל שקל חדש המושקע בנכסים קבועים דורש השקעה מסוימת במזומנים, חייבים ומלאי. גידול במכירות למשל ייצור דרישה לגידול במלאי, ואם הפירמה מוכרת באשראי- אז תהיה דרישה לגידול בחשבונות החייבים ואף ליתרות מזומנים גדולות יותר. צריך להבין שאם הפירמה משקיעה בקו יצור חדש המלאי שלה יגדל וכך גם הדרישה של הפירמה למזומנים .

דרך אחת לביטוי ההון החוזר- בזמן 0 מורידים את ההון החוזר ובשנה ה- n מוסיפים את ההון החוזר.

דרך שניה- בכל שנה מקזזים מהזמ"מ Cf את עלות השימוש בהון החוזר.

עלות השימוש בהון החוזר היא- $K*W$.

הוצאות מימון

הוצאות אלו הן במזומנים ולמרות היותן הוצאות ממשיות במזומנים הן לא ינוקו מהזמ"מ בשל שתי סיבות :

1. ההחלטה על הדרך שבא הפירמה צריכה לממן את עצמה היא בלתי תלויה בהחלטות ההשקעה. יש לממן את הפירמה באמצעות מבנה הון אשר ממזער את עלויות המימון של הפירמה (מבנה הון אופטימאלי), ולכן השאלה היא לא איך יש לממן נכס ספציפי אלא איך לממן את הפירמה כולה. ומכאן שבמובן מסוים ניתן לראות את המימון של כל נכס קבוע כאילו ע"פ הפרופורציות של מבנה ההון האופטימאלי.
2. הסיבה השניה שאין להפחית את ההוצאות המימון מהזמ"מ של הפרויקט, היא שבהפחתתם מהזמ"מ ניצור כפל חשבון, פעם אחת הוצאות המימון נלקחות בתהליך ההיוון עצמו ופעם הן יקוזזו מהזמ"מ של הפרויקט.

הוצאות אלטרנטיביות.

בנוסף למשאבים המיוחדים כגון: ציוד, כ"א,, שדורש הפרויקט החדש, הוא עשוי להשתמש גם במשאבים קיימים (מחסנים, מזגנים, חימום, מים,).
אם המשאבים הקיימים אינם מנוצלים עד תום וגם לא מצפים שינצלו אותם במהלך חיי הפרויקט הרי כי אז מחירם האלטרנטיבי הוא 0. ואם כך נובע שהפרויקט החדש יכול להשתמש בהם מבלי לגרום, להוצאות נוספות.

מיסים

חישוב המיסים בזמ"מ.
אם אין מיסים אין חישוב של רווח והפסד הון.
המרכיב הראשון של בניית הזמ"מ הוא:

I - השקעה

W - הון חוזר

In - עלות גרט.

ΔT – רווח/ הפסד הון.

המרכיב השני הוא ה- C_f (זרם תפעולי לא וודאי)

$$C_f = R - C$$

R - תקבולים.

C - הוצאות ישירות במזומן בלבד

דוגמא:

נכס ישן ייצר מכירות של 10000 בזמן שנכס חדש יכפיל את המכירות. ויפחית את העלויות מ- 4000 ל- 3500 בשנה. הפחת של הנכס הישן הוא 2000 של הנכס החדש הוא 5000. הפירמה משלמת מס של 50% מהוא זרם המזומנים התוספתי.?

ישן - חדש	חדש	ישן	
10000	20000	10000	תקבולים - R
500	3500-	4000-	הוצאות. י. C-
3000-	5000-	2000-	פחת - D
7500	11500	4000	הכנסה חייבת במס - TI
3500-	5750-	2000-	מס - T
3500	5750	2000	רווח לאחר מס - E
3000+	5000+	2000+	החזרת הפחת D
6750	10750	4000	זמ"מ לאחר מס - C_f

פחת בקו ישר- קנייתי מכונה שאורך החיים שלה 10 שנים. כל שנה אני מחשב פחת לפי מחיר המכונה חלקי 10.

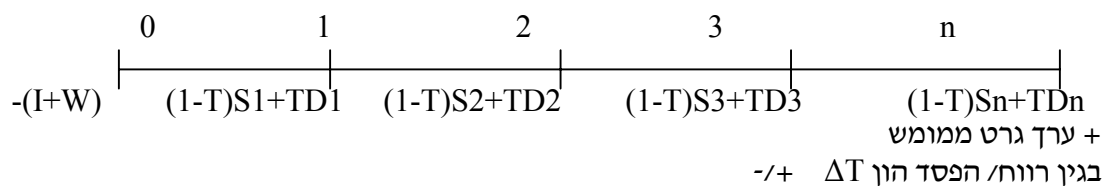
פחת מואץ- הסכם בין הממשלה לבין הפירמה שהפחת על מכונה שאורך חייה (לדוגמא) 10 שנים , ירד במשך 5 שנים ואז כל שנה נקבל פתור ממס בסכום 2000 ש"ח כפול מיסים. (הפחת לא חייב לרדת באופן שווה כל שנה זה יכול גם להיות 4000 שנה ראשונה 2000 שנה שניה 1000 שח במשך שלוש שנים לאחר מכן תלוי בהסכם שנעשה)

S- זרם תפעולי
T(S-D) – תשלום מס

$$Cf = S - D - T(S - D) + D = (1 - T)S + TD$$

זמ"מ תפעולי לא
ודאי לאחר מס.

מגן מס על
פחת.



$$\sum_{t=1}^n \frac{(1-T)S_t}{(1+k^*)^t} + \sum_{t=1}^n \frac{TD_t}{(1+r)^t} - I_0 = \text{מס ע.נ.ל.}$$

$k^* =$ מחיר הון לאחר מס.

מכיוון שגיוס הון מוכר במס יש לחשב את מחיר הון לאחר המס (מימון זו הוצאה מוכרת)

$$k = KD^*WD + Ke^*We$$

$$k^* = (1-T)KD^*WD + Ke^*We \quad \text{מחיר הון לאחר מס}$$

$$(1-T)KD^*WD \dots \text{כמה כמה נשאר לי אחרי הורדת המס} =$$

$$= T^*KD + WD \dots \text{כמה מס אני משלם} =$$

ע.נ.ג לאחר המס.

$$\text{ע.נ.ג ל.מ (לאחר מס)} = \sum_{t=1}^n \frac{(1-T)St}{1+K^*} + \sum_{t=1}^n \frac{TDt}{(1+r)^t} - I_0$$

החלטות החלפת פרויקטים בעלי אורך חיים שונה.
החלפה- פרויקטים שמוציאים זה את זה ונרצה לקבוע מדיניות החלפה
אופטימאלית.

t	מחיר מכירת הנכס בסוף תקופה	דוגמה :
1	20800	26000= I ₀
2	18200	5= n
3	15600	10%= K*
4	5200	זממ נקי כל שנה 13000
5	0	

$$ג.ג.ע_1 = -26000 + 13000d_{10\%}^1(ג.מ.ע) + 20800d_{10\%}^1(ג.מ.ע) = 4724.2$$

$$ג.ג.ע_2 = -26000 + 13000d_{10\%}^2(ג.מ.ע) + 18200d_{10\%}^2(ג.מ.ע) = 11601$$

$$ג.ג.ע_3 = -26000 + 13000d_{10\%}^3(ג.מ.ע) + 15600d_{10\%}^3(ג.מ.ע) = 18046$$

$$ג.ג.ע_4 = -26000 + 13000d_{10\%}^4(ג.מ.ע) + 5200d_{10\%}^4(ג.מ.ע) = 18761$$

$$ג.ג.ע_5 = -26000 + 13000d_{10\%}^5(ג.מ.ע) = 23233$$

לא ניתן להחליט בין הפרויקטים האלו מכיוון שמועד סיום הפרויקטים
שונה, ולכן יש לבצע שרשור של כל הפרויקטים כך שכולם יהי בעלי אופק
אחיד.

הנוח ביותר זה לשרשר ל- ∞ במקרה שלנו ניתן גם לשרשר לכל הכפולות
של 60 מכיוון ש- 60 זה המכנה המשותף לכל התקופות.

דוגמה לשרשור- נשרשר את הפרויקט של שתי התקופות ונשווה אותו לפרויקט של ארבע תקופות.

0	1	2	3	4	 תקופה
26-	13	13			
		18.2			
		26-	13	13	
				18.2	

שרשור של תקופה אחת לתקופה אחרת כותבים באופן הבא- (2,4) ע.נ.נ כלומר שרשור של שתי תקופות ל- 4 תקופות.

שרשור ל- ∞

$$ע.נ.נ(1, \infty) = ע.נ.נ_1 + ע.נ.נ_1(מע.נ.נ_1^{10\%}) + ע.נ.נ_1(מע.נ.נ_1^{20\%}) \dots ע.נ.נ_1(מע.נ.נ_1^{\infty 10\%}) =$$

או בקיצור

$$ע.נ.נ(1, \infty) = \frac{ע.נ.נ_1}{1 - \frac{1}{(1+k)^1}}$$

$$ע.נ.נ(2, \infty) = \frac{ע.נ.נ_2}{1 - \frac{1}{(1+k)^2}}$$

$$ע.נ.נ(3, \infty) = \frac{ע.נ.נ_3}{1 - \frac{1}{(1+k)^3}} = \frac{18046}{1 - \frac{1}{(1+0.1)^3}} = 72568 =$$

$$ע.נ.נ(4, \infty) = \frac{ע.נ.נ_4}{1 - \frac{1}{(1+k)^4}} = 59178$$

$$ע.נ.נ(m, \infty) = \frac{ע.נ.נ_m}{1 - \frac{1}{(1+k)^m}}$$

במקרה שלנו הע.נ.נ הגבוה ביותר ל- ∞ הוא של הפרויקט בעל שלוש התקופות, ולכן זה הפרויקט האופטימלי שלנו.

זרמי מזומנים להחלטת הרחבה דוגמה של - (יצור עצמי לעומת outsourcing)

T- מס

D- פחת

I0- השקעה בהרחבה

P- מחיר רכישה ליחידת מוצר אחת

C- עלות יצור ליחידה אחת

Q- מספר יחידות נדרשות לשנה

ז.מ.מ רלוונטי

זרם מזומנים תוספתי רלוונטי יהיה החסכון השנתי בהוצאות לאחר מס שנובע מההחלטה ליצור עצמי.

זרם מזומנים שנתי של החסכון בהוצאות יהיה-

$$= (1-T)[(p-c)Q-D]+D$$

ואם נפתח את זה נקבל-

$$= (1-T)[(p-c)Q]+TD$$

מגן מס על פחת.

זממ שנתי של החיסכון בהוצאות לאחר מס.

יש לייצר את המרכיב ביצור עצמי אם :

$$(1 - T)(P - C)Q [K^t *] + TD (r^t) - I_0 > 0$$

אם זה לא חיובי יש לרכוש אצל ספק חיצוני.

החלטות השקעה בתנאי אי ודאות.

ודאות- זממ ידועים מראש וקבועים. וכמו כן בקבלת פרויקט מסויים לא מסכנים את הפירמה ושהנחת הסיכון של הפרויקט זהות לאלו שבפירמה. באי וודאות לא ניתן להניח הנחות אלו. סיכון- זהו מצב בו לפעולה נתונה יש תוצאות אפשריות אשר לכל אחת מהן אפשר ליחס הסתברות להתרחשותה.

קביעת זמ.מ לפי התרחישים.

S תרחיש	CF1	P הסתברות
מיתון	Cf11	P1=0.4
רגיל	Cf12	P2=0.5
שגשוג	CF13	P3=0.1

E – תוחלת זהו המדד לרווחיות (ממוצע של כל התרחישים של הזממ)

$$E(\text{עננ}) = \sum_{i=1}^n \text{עננ}_i \times P_i$$

שונות- עננ $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n [\text{עננ}_i - E(\text{עננ})]^2 P_i = \text{Var}(\text{עננ})$ ככל שהשונות גדולה יותר

הסיכון גדול יותר, והפוך.

$$\sqrt{\sigma^2} = \text{עננ} \sigma = \text{סטיית תקן}$$

מדד רווחיות- (עננ) E

סיכון (עננ) σ

משקיע דוחה סיכון-

משקיע אשר יש לו תועלת שולית פוחתת מכסף, כלומר מאובדן שקל אחד הוא סובל יותר מאשר הרווח משקל אחד.

פרויקט A עדיף על B אם ורק אם תוחלת העננ של A גדולה או שווה לתוחלת החיים של B וגם אם הסיכון של A קטן או שווה לסיכון של B

$$E(\text{עננ}A) \geq E(\text{עננ}B)$$

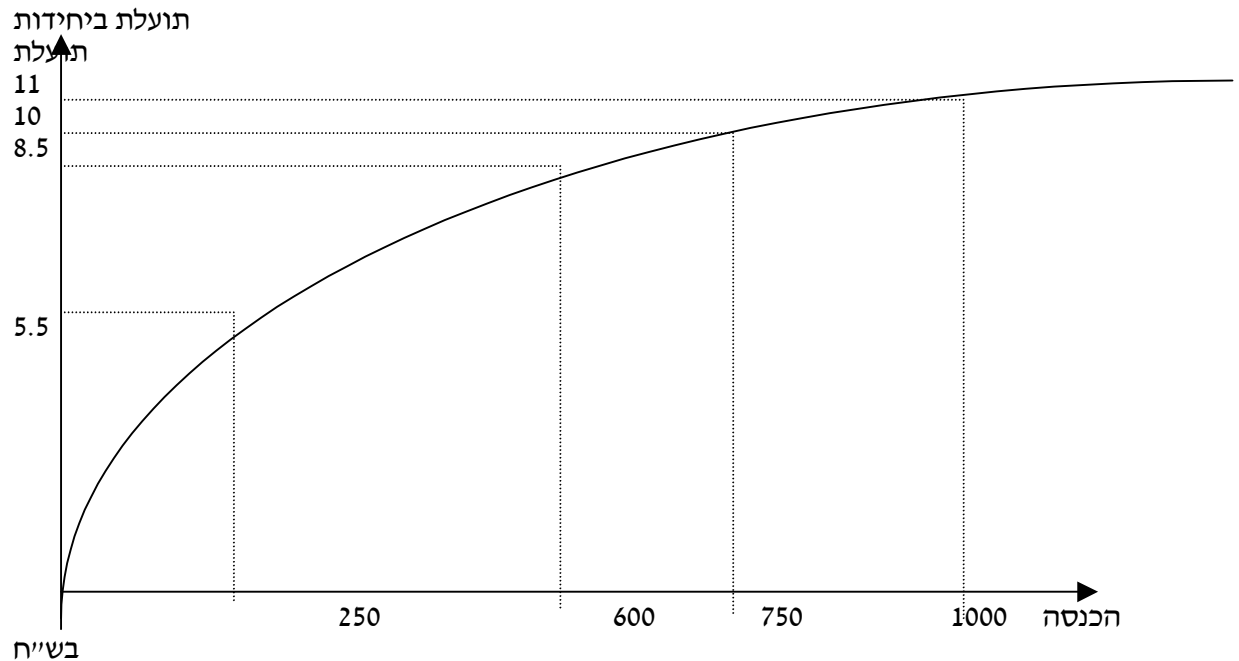
וגם

$$\sigma(\text{עננ}A) \leq \sigma(\text{עננ}B)$$

אי וודאות וניתוח התועלת (ניתוח סיכון באמצעות פונקציית תועלת)

כלל- VNM בתנאי אי וודאות כל משקיע מתרגם את התוצאות הכספיות למונחים של שווה תועלת. מחשבים את תוחלת התועלת לכלל המצבים האפשריים.

לפרט דוחה סיכון תועלת שולית פוחתת מכסף.
כלומר הוספת כסף מביאה לתועלת שולית נוספת הולכת וקטנה. (ראה גרף)



VNM – נשען על תועלת, תוחלת תועלת, ותועלת שולית פוחתת.
הבעיה של VNM היא בישום שלו. מכיוון שקשה מאד לאפיין פונקציית תועלת אמפירית.
תוחלת תועלת כפונקציה של תוחלת תשואה ושל סטיית התקן

$$E(R) = f[E(R); \sigma(R)]$$

-תוחלת תועלת $E(U)$

$E(R)$ – תוחלת תשואה
 $\sigma(R)$ – סטיית תקן של תשואה.

כלים סטטיסטיים לניתוח סיכון.

- הסתברות
- התפלגות הסתברות

תוחלת- $E(R) = \sum_{i=1}^n P_i R_i$

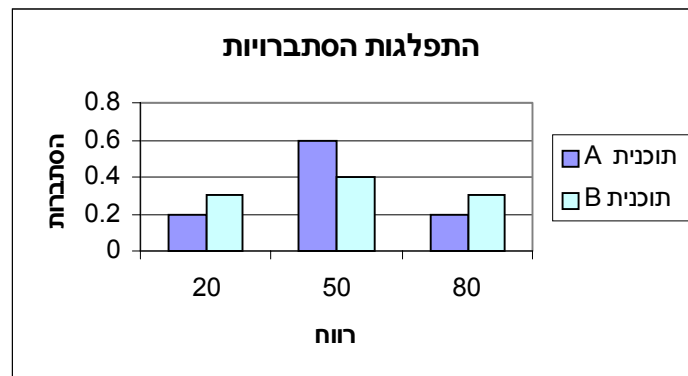
סכום ההסתברויות במשתנה הרווחיות.

שוונות- $Var(R) = \sigma^2(R) = \sum_{i=1}^n P_i [R_i - E(R)]^2$

דוגמה:

התפלגויות השקעה של תוכנית השקעה A ו-B

תוכנית B		תוכנית A	
רווח R	הסתברות P	רווח R	הסתברות P
30	0.2	20	0.3
50	0.6	50	0.4
70	0.2	80	0.3
	סה"כ- 1		סה"כ- 1



ככל שהתוכנית מפוזרת יותר על הגרף המסקנה היא שהסיכון יותר גבוהה.

שוונות משותפת-

$$= \text{cov}(RA, RB) = E(RA * RB) - E(RA)E(RB)$$

$$\text{cov}(RA, RB) = E[(RA - E(RA))(RA - E(RB))]$$

כלומר השונות המשותפת היא התוחלת של של מכפלת הסטיות. ותוחלת של סטייה ריבועית זו שונות. השונות המשותפת זהו מדד של פיזור ומכוון של קשר בין שני משתנים מקריים. כלומר אם השונות חיובית אז שני המשתנים נעים באותו כיוון. דוגמה להסתברות משותפת:

RB	RA	30	50	70	P RB
20		0.1	0.15	0.05	0.3
50		0.05	0.3	0.05	0.4
80		0.05	0.15	0.1	0.3
P RA		0.2	0.6	0.2	1

דוגמא לשאלה במבחן-

על בסיס הלוח הקיים יש למצוא שונות משותפת.

לפי הנוסחה- $cov(RA, RB) = E(RA * RB) - E(RA)E(RB)$

$$E(RB) = 20 * 0.3 + 50 * 0.4 + 80 * 0.3 = 50$$

$$E(RA) = 30 * 0.2 + 50 * 0.6 + 70 * 0.2 = 50$$

$$E(RA) * E(RB) = 20 * 30 * 0.1 + 20 * 50 * 0.15 + 20 * 70 * 0.05 + 50 * 30 * 0.05 + 50 * 50 * 0.05 + 50 * 70 * 0.05 + 80 * 30 * 0.05 + 80 * 50 * 0.15 + 80 * 70 * 0.1 = 2560$$

$$Cov(RA, RB) = -60$$

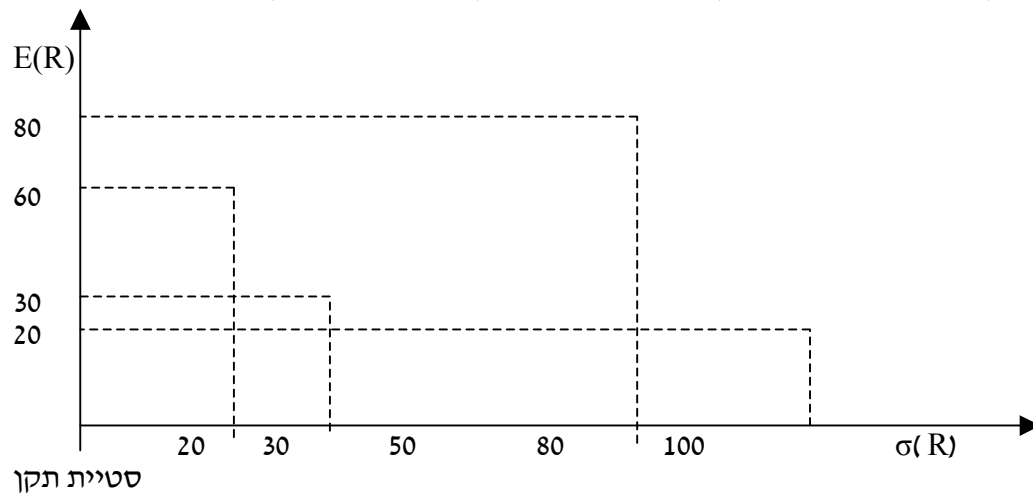
מקדם המתאם

זהו מכוון סטטיסטי שמאפשר לכמת את עוצמת הקשר שבין שני משתנים.

$$\rho(RA, RB) = \frac{cov(RA, RB)}{\sigma(RA)\sigma(RB)}$$

שונות משותפת שווה למקדם המאם פעמים סטיית תקן האחד כפול סטיית תקן השני.

קריטריון תוחלת שונות לקביעת העדפה בין תכניות השקעה מסוכנות.



ניתן לקבל החלטה ע"י כך שתוחלת הענג של האחד גדולה או שווה לשני וגם אם סטיית התקן של הראשון קטנה משל השני.
לכן נעדיף את B על פני D ועל פני A, בין B ו-C נצטרך לבדוק את מקדם ההשתנות CV (סיכון יחסי)

$$CV = \frac{\sigma(R)}{E(R)}$$

נקבל החלטה לפי הפרויקט בעל ה CV נמוך ותוחלת גבוהה .