Wichtige Grenzwerte $(n \to \infty)$

$\sqrt[n]{a} \to 1$	$\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \to e$	$\frac{a^n}{n!} \to 0$
$\sqrt[n]{n} \to 1$	$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \to e$	$\frac{n^n}{n!} \to \infty$
$\sqrt[n]{n!} \to \infty$	$\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \to e^x$	$\frac{a^n}{n^k} \to \infty \begin{cases} a>1 \\ k \text{ fest} \end{cases}$
$\frac{1}{n}\sqrt[n]{n!} \to \frac{1}{e}$	$\left(1-\frac{x}{n}\right)^n \to e^{-x}$	$a^n n^k \to 0 \begin{cases} \lvert a\rvert<1 \\ k \text{ fest} \end{cases}$
		$\binom{a}{n} \to 0, \quad a>-1$

Potenzreihen

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n \qquad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} \qquad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} \qquad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\sinh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} x^{2n+1} \qquad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\cosh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} x^{2n} \qquad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1} \qquad \text{für} \quad |x|<1$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n \qquad \text{für} \quad -1<x\le 1$$

$$\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n \qquad \text{für} \quad -1<x\le 1$$

$$\sqrt{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2}}{n} x^n \qquad \text{für} \quad |x|\le 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{n} x^n \qquad \text{für} \quad |x|<1$$

Besondere Reihen

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots=\infty$$

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+-\ldots=\ln 2$$

$$1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots=e$$

$$1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+-\ldots=\frac{1}{e}$$

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots=2$$

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+-\ldots=\frac{\pi}{4}$$

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots=\frac{\pi^2}{6}$$

$$1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}+-\ldots=\frac{\pi^2}{12}$$

$$1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{7^2}+\ldots=\frac{\pi^2}{8}$$

Spezielle Reihen

geometrische Reihe	$\sum_{n=0}^{\infty} x^n$	$=\frac{1}{1-x}$	für $\lvert x\rvert<1$
endliche geom. Reihe	$\sum_{n=0}^{k} x^n$	$=\frac{1-x^{k+1}}{1-x}$	für $\lvert x\rvert\ne 1$
harmonische Reihe	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$	konvergent $\Leftrightarrow x>1$	
binomische Reihe	$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{r}{n} x^n$	$=(1+x)^r$	$\lvert x\rvert\le 1,\ r>0$ $\lvert x\rvert<1,\ r<0$

Quelle

MERZIGER, GERHARD; WIRTH, THOMAS: *Repetitorium der höheren Mathematik.* 4. Auflage, Binomi Verlag, Hannover 1999.