

## **Fatoração**

**Fatorar** é transformar equações algébricas em produtos de duas ou mais expressões, chamadas fatores.

Ex:  $ax + ay = a.(x+y)$

Existem vários casos de fatoração como:

### **1) Fator Comum em evidência**

Quando os termos apresentam fatores comuns

Observe o polinômio:

$ax + ay \gg$  Ambos os termos apresentam o fator **a** em evidência.

Assim:  $ax + ay = a.(x+y)$

Forma fatorada

Exs : Fatore:

a)  $bx + by - bz = b.(x+y-z)$

b)  $2x^2 - 4xy = 2x(x - 2y)$

c)  $12ax^2z + 24axz^2 - 12a^2xz = 12axz.(x + 2z - a)$

d)  $(a+b)x + (a+b)y = (a+b).(x+y)$

e)  $x^3 + 2x^2 - x = x.(x^2 + 2x - 1)$

### **2) Fatoração por agrupamento**

Consiste em aplicar duas vezes o caso do fator comum em alguns polinômios especiais.

Como por exemplo:

$ax + ay + bx + by$

Os dois primeiros termos possuem em comum o fator **a**, os dois últimos termos possuem em comum o fator **b**. Colocando esses termos em evidência:

$a.(x+y) + b.(x+y)$

Este novo polinômio possui o termo  $(x+y)$  em comum. Assim colocando-o em evidência:

$(x+y).(a+b)$

Ou seja:  $ax + ay + bx + by = (x+y).(a+b)$

Exs: Fatore:

a)  $x^2 - 3x + ax - 3a = x.(x - 3) + a(x - 3) = (x - 3).(x + a)$

b)  $2b^2 + ab^2 + 2c^3 + ac^3 = b^2(2 + a) + c^3(2 + a) = (2 + a)(b^2 + c^3)$   $b^2$  é fator  $c^3$  é fator

### **3) Fatoração por diferença de quadrados:**

Consiste em transformar as expressões em produtos da soma pela diferença, simplesmente extraíndo a raiz quadrada de cada quadrado

Assim:  $x^2 - 9 = (x + 3).(x - 3)$

Exs: Fatore:

a)  $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$

$$b) 16a^2 - 1 = (4a + 1) \cdot (4a - 1)$$

$$c) 1 - 16x^4 = (1 + 4x^2) \cdot (1 - 4x^2) = (1 + 4x^2) \cdot (1 + 2x) \cdot (1 - 2x)$$

Note que é possível fatorar a expressão duas vezes

#### 4) Fatoração do trinômio quadrado perfeito:

O trinômio que se obtém quando se eleva um binômio ao quadrado chama-se trinômio quadrado perfeito.

Por exemplo, os trinômios  $(a^2 + 2ab + b^2)$  e  $(a^2 - 2ab + b^2)$  são quadrados perfeitos porque são obtidos quando se eleva  $(a+b)$  e  $(a-b)$  ao quadrado, respectivamente.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Assim:

$$\begin{array}{cc} 4x^2 - 12xy + 9y^2 & \\ \sqrt{4x^2} & \sqrt{9y^2} \\ 2x & 3y \\ \hline & \end{array}$$

$$2 \cdot 2x \cdot 3y = 12xy \gg \text{note que é igual ao segundo termo de } 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

Portanto trata-se de um trinômio quadrado perfeito.

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2 \gg \text{forma fatorada}$$

$$\begin{array}{c} \hline \text{Sinal} \end{array}$$

$$\text{Logo: } 4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2 \gg \text{forma fatorada}$$

$$\begin{array}{c} \hline \text{Sinal} \end{array}$$

Exs:

$$a) x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

$$b) 16x^2 + 24xy + 9y^2 = (4x + 3y)^2$$

\*Convém lembrarmos que ao fatorarmos uma expressão algébrica, devemos fatorá-la por completo:

Exs:

$$a) 3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x + 1)^2$$

$$b) 25a^4 - 100b^2 = 25 \cdot (a^4 - 4b^2) = 25(a^2 + 2b) \cdot (a^2 - 2b)$$

#### Outros casos de fatoração:

$$1) x^3 + y^3 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)$$

$$2) x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$$

$$3) x^2 + y^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - 2xy = (x + y)^2 - 2xy = (x + y - \sqrt{2xy}) \cdot (x + y + \sqrt{2xy})$$

## **Fatoração**

1) Fatore, colocando os fatores comuns em evidência:

Exemplos:

$$ax+2a = a(x+2)$$

$$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^2 - 4ab + 4b^2 = (a-2b)^2$$

$$2x^2-2 = 2(x^2-1) = 2(x+1)(x-1)$$

a)  $3ax-7ay$

b)  $x^3 - x^2 + x$

c)  $x^3y^2 + x^2y^2 + xy^2$

d)  $a^2b^2 - ab^3$

e)  $a^2 + ab + ac + bc$

f)  $x^2 - b^2$

g)  $x^2-25$

h)  $(x^2/9 - y^2/16)$

i)  $x^2 + 4x + 4$

j)  $a^2 + 6ab + 9b^2$

l)  $144x^2-1$

m)  $ab + ac + 10b + 10c$

n)  $4a^2 - 4$

o)  $x^3y - xy^3$

p)  $x^2 + 16x + 64$

q)  $2x^2 + 4x + 2$

r)  $ax^3 + 2a^2x^2 + a^3x$