

## □ PROBLEMI SVOLTI

- 1) Un gruppo di studenti misura l'altezza di un banco ottenendo i seguenti valori: 70,3 cm, 70,2 cm, 70,0 cm, 70,4 cm, 70,1 cm. Qual è il valore più probabile (scritto con l'appropriato numero di cifre significative)?

Indicando con "a" l'altezza del banco la finestra dei dati è la seguente:

DATI

- $a_1 = 70,3 \text{ cm}$
- $a_2 = 70,2 \text{ cm}$
- $a_3 = 70,0 \text{ cm}$
- $a_4 = 70,4 \text{ cm}$
- $a_5 = 70,1 \text{ cm}$

$a_m = ?$

**Risposta**

Il valore più probabile è la media aritmetica:

$$a_m = \frac{(70,3 + 70,2 + 70,0 + 70,4 + 70,1) \text{ cm}}{5} = 70,22 \text{ cm}$$

Il risultato 70,22 cm deve avere 3 cifre significative come i numeri di cui si è calcolata la media quindi deve essere scritto correttamente:  $a_m = 70,2 \text{ cm}$ . Poiché è stato tagliato il 2 l'ultima cifra utile 2 è rimasta inalterata (approssimazione per difetto).

- 2) Nel laboratorio di fisica cinque studenti misurano la larghezza della tastiera del computer con una riga graduata in millimetri e trovano i seguenti valori: 47,5 cm, 47,4 cm, 47,6 cm, 47,3 cm, 47,7 cm.
- a) Qual è il valore più probabile?
  - b) Qual è l'errore assoluto?
  - c) Qual è l'errore relativo percentuale?

Indicando con "l" la larghezza della tastiera la finestra dei dati è la seguente:

DATI

- $l_1 = 47,5 \text{ cm}$
- $l_2 = 47,4 \text{ cm}$
- $l_3 = 47,6 \text{ cm}$
- $l_4 = 47,3 \text{ cm}$
- $l_5 = 47,7 \text{ cm}$

$l_m = ?$

err. ass. = ?

err. rel.(%) = ?

**Risposta a)**

Il valore più probabile è la media aritmetica fra i 5 valori:

$$l_m = \frac{(47,5 + 47,4 + 47,6 + 47,3 + 47,7) \text{ cm}}{5} = 47,5 \text{ cm}$$

**Risposta b)**

L'errore assoluto è la semidifferenza fra il valore più grande e il più piccolo:

$$\text{err. ass.} = \frac{47,7 \text{ cm} - 47,3 \text{ cm}}{2} = 0,2 \text{ cm}$$

La larghezza della tastiera deve essere scritta nel modo seguente:

$$l = (47,5 \pm 0,2) \text{ cm}$$

**Risposta c)**

L'errore relativo è il rapporto:

$$\text{err. rel.} = \frac{0,2 \text{ cm}}{47,5 \text{ cm}} = 0,004$$

Per esprimerlo in percentuale si scrive la proporzione:

$$0,2 \text{ cm} : 47,5 \text{ cm} = x : 100$$

da cui si ricava:

$$x = \frac{0,2 \text{ cm} \cdot 100}{47,5 \text{ cm}} = 0,4\%$$

- 3) Con una riga graduata in millimetri si misurano la larghezza di un cassetto e la sua profondità e si trovano rispettivamente (21,4 ± 0,2) cm e (6,9 ± 0,2) cm. Qual è la più precisa fra le due misure?

Indicando con "l" la larghezza e con "p" la profondità la finestra dei dati è la seguente:

DATI

$$l = (21,4 \pm 0,2) \text{ cm}$$

$$p = (6,9 \pm 0,2) \text{ cm}$$

err. rel. = ?

**Risposta**

Per trovare la misura più precisa occorre fare il confronto fra i rispettivi errori relativi. La misura più precisa è quella che ha l'errore relativo minore.

$$\text{larghezza} \rightarrow \text{err. rel.}(\%) = \frac{0,2 \text{ cm}}{21,4 \text{ cm}} \cdot 100 = 0,9\%$$

$$\text{profondità} \rightarrow \text{err. rel. (\%)} = \frac{0,2 \text{ cm}}{6,9 \text{ cm}} \cdot 100 = 3\%$$

La misura della larghezza è più precisa.

- 4) Una mamma misura la temperatura dell'acqua del bagno del suo bambino con una precisione (errore relativo percentuale) dello 0,4%, usando un termometro diviso in decimi di °C. Quale temperatura ottiene?

DATI

sensibilità = 0,1 °C  
precisione = 0,4%

t = ?

**Risposta**

Tenendo presente che l'errore relativo è il rapporto fra la sensibilità del termometro 0,1 °C e la temperatura t °C si può scrivere la proporzione:

$$0,4 : 100 = 0,1 \text{ °C} : t \text{ °C}$$

da cui si ricava:

$$t = \frac{100 \cdot 0,1 \text{ °C}}{0,4} = 25 \text{ °C}$$

L'acqua è troppo fredda!

- 5) Misurando con un termometro la temperatura di una stanza al mattino e alla sera si trovano rispettivamente (23,6 ± 0,1) °C e (20,1 ± 0,1) °C. Qual è la differenza di temperatura fra mattino e sera con il rispettivo errore assoluto?

DATI

$t_m = (23,6 \pm 0,1) \text{ °C}$   
 $t_s = (20,1 \pm 0,1) \text{ °C}$

$t_m - t_s = ?$   
err. ass. = ?

**Risposta**

La differenza di temperatura è:

$$t_m - t_s = 23,6 \text{ °C} - 20,1 \text{ °C} = 3,5 \text{ °C}$$

L'errore assoluto sul risultato precedente è la somma degli errori assoluti sulle due temperature date:

$$\text{err. ass.} = (0,1 + 0,1) \text{ °C} = 0,2 \text{ °C}$$

Quindi la differenza di temperatura deve essere scritta correttamente:

$$t_m - t_s = (3,5 \pm 0,2) \text{ °C}$$

- 6) Un orologio ha il quadrante rettangolare con dimensioni rispettivamente (20,2 ± 0,1) mm e (10,3 ± 0,1) mm. Si calcoli l'area del quadrante e il suo errore assoluto.

Indicando con "a" e "b" le dimensioni del quadrante la finestra dei dati è la seguente:

DATI

a = (20,2 ± 0,1) mm  
b = (10,3 ± 0,1) mm

A = ?

err. ass. = ?

**Risposta**

L'area del quadrante è:

$$A = 20,2 \text{ mm} \cdot 10,3 \text{ mm} = 208 \text{ mm}^2$$

Per ricavare l'errore assoluto sull'area occorre calcolare prima l'errore relativo sommando gli errori relativi sulle due dimensioni.

Gli errori relativi (approssimati) su ciascuna dimensione sono:

$$\text{err. rel. 1} = \frac{0,1 \text{ mm}}{20,2 \text{ mm}} = 0,005 \quad \text{err. rel. 2} = \frac{0,1 \text{ mm}}{10,3 \text{ mm}} = 0,01$$

L'errore relativo sull'area è la somma dei due errori relativi cioè:

$$\text{err. rel.} = 0,005 + 0,01 = 0,015$$

L'errore relativo trovato è il rapporto fra l'errore assoluto e la misura dell'area:

$$0,015 = \frac{\text{err. ass.}}{208 \text{ mm}^2}$$

da cui si ricava che l'errore assoluto è il prodotto dell'errore relativo per la misura dell'area (valore approssimato con 1 cifra significativa):

$$\text{err. ass.} = 0,015 \cdot 208 \text{ mm}^2 = 3 \text{ mm}^2$$

Quindi la misura dell'area deve essere scritta correttamente:

$$A = (208 \pm 3) \text{ mm}^2$$