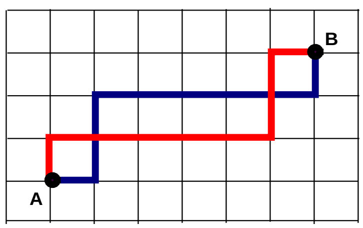
Probabilidad y Estadística

Tarea 1

Fecha de entrega: Viernes 10 Octubre 2003

Resuelve los ejercicios **explicando detalladamente** la solución.

1.- ¿Cuántos caminos de longitud mas corta hay del punto A al punto B?



2.- En una urna se tienen n bolas numeradas. Se extraen r bolas. Sabemos que hay $\binom{n}{r}$ formas de sacar las r bolas. Demuestra cada una de las siguientes igualdades y proporciona una interpretación:

(a)
$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}$$

(b)
$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

3.- Un estudiante tiene que responder siete preguntas de un cuestionario de diez. ¿De cuántas formas puede hacer su selección si:

(a) No hay restricciones.

(b) Debe responder a las dos primeras preguntas.

(c) Debe responder a tres preguntas como mínimo de las cinco primeras.

4.- ¿De cuántas formas puede sacar un jugador cinco naipes de una baraja de póquer y obtener **exactamente**:

(a) Un repóquer (cinco naipes del mismo palo)

(b) Cuatro ases

(c) Cuatro de un mismo palo

(d) Tres ases y dos **J**

(e) Un full (tres de un mismo número o figura y un par)

(f) tres de un mismo número o figura

(g) doble pareja
Recordemos que un juego de cartas se tienen los siguientes números o figuras
2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K A y cuatro palos: $\clubsuit\heartsuit\spadesuit\diamondsuit$,
en total se tienen $13 \times 4 = 52$ cartas.

5.- Determínese el coeficiente de x^9y^3 en
(a) $(x+y)^{12}$, **(b)** $(x+2y)^{12}$ y **(c)** $(2x+3y)^{12}$

6.- Encuentra el coeficiente de v^2w^4xz en $(3v+2w+x+y+z)^8$

7.- Sea $\Omega = \{\blacksquare, \triangledown.\clubsuit, \heartsuit, \bigstar, \diamondsuit, \checkmark, \square, \odot\}$

(a) ¿Cuántos subconjuntos de Ω hay (incluyendo $\varnothing$ y Ω)?

(b) ¿Cuántos subconjuntos de Ω distintos del vacío hay?

(c) ¿Cuántos subconjuntos de Ω hay que no contengan a los elementos $\heartsuit$,$\bigstar$?

(d) ¿Cuántos subconjuntos de Ω hay que contengan a los elementos $\blacksquare$, $\triangledown.\clubsuit$?

8.- ¿De cuántas maneras puede distribuir un profesor 10 pasteles de chocolate entre tres de sus alumnos si cada uno quiere como mínimo un pastel?

9.-

(a) Demuestra:

$$\binom{n+m}{r} = \binom{n}{0}\binom{m}{r} + \binom{n}{1}\binom{m}{r-1} + \ldots + \binom{n}{r}\binom{m}{0} \quad \text{para } n, m \geq r$$

Ayuda:

$$\begin{aligned} (a+b)^{n+m} &= (a+b)^n\,(a+b)^m \\ \binom{n+m}{0}a^{n+m} + .. + \binom{n+m}{n+m}b^{n+m} &= \left[\binom{n}{0}a^n + \ldots + \binom{n}{n}b^n\right]\left[\binom{m}{0}a^m + \ldots + \binom{m}{m}b^m\right] \end{aligned}$$

(b) Utilizando un ejemplo interpreta el resultado anterior.
Ayuda: Piensa en un grupo de personas, n hombres y m mujeres, ¿Cuántos grupos de r personas hay?.

10.- La directora de un coro debe seleccionar seis himnos para un acto religioso dominical. Tiene tres libros, y cada uno contiene 25 himnos (en total hay 75 himnos diferentes). ¿De cuántas maneras puede seleccionar los himnos si desea elegir:

(a) dos himnos de cada libro

(b) al menos un himno de cada libro?

¡¡ Buena Suerte !!