PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Fecha de entrega: Miércoles 22 Octubre

Tarea 2 (Primera Parte)

1.- Sea $\Omega = \{\blacktriangle, \bigstar, \heartsuit, \square, \diamond\}$, ¿Son correctas las siguientes afirmaciones?

(i) $\blacktriangle \in 2^{\Omega}$ (ii) $\{\blacktriangle, \bigstar, \square\} \in 2^{\Omega}$ (iii) $\{\{\blacktriangle, \square\}, \{\bigstar, \square\}\} \subseteq 2^{\Omega}$ (iv) $\{\blacktriangle\} \subseteq 2^{\Omega}$

2.- Julieta y Romeo se citan en un determinado lugar entre las 11 y las 12 de la mañana, acordando que si llega primero Romeo, esperará 30 minutos mientras que si llega primero Julieta esperará a lo más 20 minutos y ninguno de los dos esperará más de las 12 Suponiendo que cada uno llega a la cita en un tiempo al azar entre las 11 y las 12 : Calcula la probabilidad de que Julieta y Romeo se encuentren en el lugar de la cita.

3.- En los paquetes como Excel, C++, Maple, Java etc. viene incluido un generador de números aleatorios, es decir, una función que regresa un número entre cero y 1 escogido al azar. Con ayuda de este generador de números aleatorios, describe un algoritmo para simular la extracción de una bola de una urna con 3 bolas blancas, 2 negras y 5 azules.
Realiza 1000 simulaciones.¿cuántas bolas de cada color salieron en total?
(Se deberá entregar el programa en disco indicando el paquete o programa utilizado)

4.- Sea (Ω, P) un espacio de probabilidad, durante este ejercicio supondremos que $A, B \in 2^{\Omega}$. Demostrar la verdad o falsedad de cada una de las siguientes afirmaciones.:
a)Si $P(A) = P(B) = p$, entonces $P(A \cap B) \leq p^2$. b)Si $P(A) = P(B^c)$, entonces $A^c = B$
c)Si $P(A) = 0$, entonces $A = \varnothing$ d)Si $P(A) = 0$, entonces $P(A \cap B) = 0$.

5.- Se elige un número a de $[0, 2]$ y luego uno b de $[0, 3]$. Calcula la probabilidad de que la ecuación

$$ax^2 + bx + \frac{3}{2}$$

tenga ambas raíces reales.

6.- Se elige un número b de $\{1, ..., 8\}$, luego de los números sobrantes se elige un número a, por el algoritmo de la división:

$$b = aq + r \text{ con } 0 \leq r < a$$

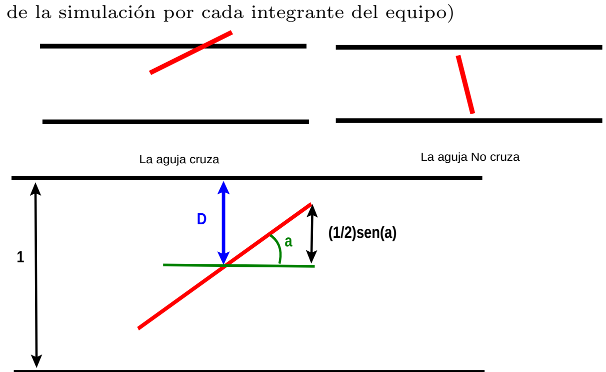
Calcular la probabilidad de que el residuo sea: **i)** Cero **ii)** Uno **iii)** Dos

7.- **(a)** Utilizando el método de Monte Carlo descrito en clase, haz un programa para poder evaluar la integral:

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

(el usuario debe poder fijar el número de pasos y debe poder tener la opción para poder agregar mas pasos)
(b) Investiga el método de la regla de simpson y la regla trapezoidal
(c) ¿Por qué el método de monte carlo es computacionalmente mas eficiente que los métodos anteriores?

8.- (Problema de la aguja de Buffon.) Se arroja al azar una aguja de longitud 1 sobre un plano en el que se han trazado líneas paralelas que distan 1. (ver figura) Consideremos la distancia D del centro de la aguja a la línea más próxima y el ángulo a que forma la dirección de la aguja con la de las líneas. Notemos que $D \in [0, \frac{1}{2}]$.y $a \in [0, \pi]$
(a) Calcular la probabilidad de que la aguja corte a alguna de las líneas.
Ayuda: Observa que la aguja cruza alguna de las líneas $\Leftrightarrow D \leq \frac{1}{2} \sin a$
(b) Con la ayuda del inciso anterior, propón un método para obtener una aproximación de π
(c) Visita la página web del curso, en la sección de Simulaciones encontraras una liga *La aguja de Buffon*. Realiza varias simulaciones hasta obtener una aproximación adecuada de π. (Se deberá entregar una impresión de la simulación por cada integrante del equipo)



¡¡¡Buena suerte!!!