

Probabilidad y Estadística

Tarea 6

Fecha de entrega: Miércoles 14 Enero (Las simulaciones deberán ser entregadas en disco y en Excel)

Problema 1.- (10 puntos) Simula 1000 veces una variable aleatoria X con distribución bernoulli ($p = \frac{1}{4}$) y haz un histograma de la función de densidad empírica. Encuentra el promedio de las simulaciones

¿Esto es coherente con $E(X) = p$?

Problema 2.- (10 puntos) Simula 1000 veces una variable aleatoria X binomial ($n = 3, p = \frac{1}{4}$) y haz un histograma de la función de densidad empírica. Encuentra el promedio de las 1000 simulaciones. ¿Esto es congruente con que $E[X] = np$?

Problema 3.- (5 puntos) En una misma gráfica, grafica la función de densidad Poisson(15) y la función de densidad Binomial ($30, \frac{1}{2}$)

En una misma gráfica, grafica la función de densidad Poisson($\frac{70}{8}$) y la función de densidad Binomial ($10, \frac{7}{8}$)

En una misma gráfica, grafica la función de densidad Poisson($\frac{10}{8}$) y la función de densidad Binomial ($10, \frac{1}{8}$)

En una misma gráfica, grafica la función de densidad Poisson(5) y la función de densidad Binomial ($100, \frac{1}{20}$)

¿CONCLUSIONES?

(se debe entregar el disco con las gráficas)

Problema 4.- Utiliza la aproximación de Poisson para calcular la probabilidad de que en una caja de 100 cerillos se encuentren a lo más 2 cerillos defectuosos si 3 % de los cerillos que se producen son defectuosos.

Problema 5.- Un libro de 500 páginas contiene 500 errores de imprenta. Estime la probabilidad de que una página, seleccionada al azar, contenga 3 o más errores.

Problema 6.- Sea X una variable aleatoria con distribución poisson(λ). Demuestra que la probabilidad de que X tome un valor par es

$$\frac{1}{2} (1 + e^{-2\lambda})$$

Problema 7.- En promedio se reciben dos peticiones de acceso a una página web durante un minuto cualquiera. Utiliza el modelo poisson para calcular la probabilidad de que en un minuto cualquiera:

(a) nadie solicite acceso a la página

(b) Se recubran mas de dos peticiones

Problema 8.- El número de computadoras que fallan por mes en un laboratorio de computo tien una distribución posiiion con un promedio de 2 máquinas descompuestas. El laboratorio tiene la capacidad de reparar hasta sod máquinas por mes. Cuando se descomponen mad de dos máquinas, las restantes se envían fuera del laboratorio para su reparación

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes cualquiera sea necesario enciar máquinas fuera del laboratorio para su reparación?

(b) ¿Cuál es el número de computadoras con falla más probable en un mes?

Problema 9.- Sea X una variable aleatoria con distribución geométrica de parámetro p . Encuentra $P(X > n)$ para $n \in \mathbb{N}$. Proporciona una interpretación de este resultado.

Problema 10.- Sea Y una variable aleatoria tal que $Y \sim \text{unif}(0, 1)$.

Sea $Z = \left\lceil \frac{\ln(Y)}{\ln(1-p)} \right\rceil$ (donde $\lceil a \rceil$ = mayor entero menor o igual a a) y con $p \in (0, 1)$. Se sabe que Z tiene una distribución geométrica de parámetro p . (No es necesario demostrar este resultado).

(a) (10 puntos) Utilizando el resultado anterior, realiza 1000 simulaciones de una variable aleatoria geométrica $p = \frac{1}{4}$ y realiza un histograma de la función de densidad empírica. Encuentra el promedio de las 1000 simulaciones ¿esto es consistente con que $E[X] = \frac{1-p}{p}$?

(b) (10 puntos) Utilizando el resultado inicial, realiza 1000 simulaciones de una variable aleatoria binomial negativa, haz el histograma de la función de densidad empírica. Encunetra el promedio de las 1000 simulaciones. ¿esto es consistente con que $E[X] = r \frac{(1-p)}{p}$?

Problema 11.- Eulalio y Petra, una pareja de mexicanos muy conservadora, desean tener un hijo varón para que el apellido de la familia se conserve. La pareja ha acordado seguir procreando hijos hasta tener un niño. Medicamente se sabe que es el padre el que determina el sexo del bebé, analizando la familia de Eulalio, se ha determinado que cada vez que Petra se embaraza, hay una probabilidad de $\frac{1}{4}$ que sea niño.

(a) ¿Cuál es el número esperado de hijos que va a tener esta pareja?

(b) Petra ya ha tenido tres niñas, por lo que Eulalio piensa que el siguiente será niño ¿Tiene razón?