

Probabilidad y Estadística

Tarea 5

Fecha de entrega: Lunes 8 Diciembre

Problema 1.- Poco después de nacer, un niño es clasificado de acuerdo con la escala Apgar. La posibles clasificaciones son 0,1,...,10, de acuerdo con el color, tono muscular, esfuerzo respiratorio, ritmo cardíaco e irritabilidad de reflejos (La mejor calificación es 10). Sea X la calificación Apgar de un recién nacido escogido al azar, en cierto hospital durante el año siguiente, y supongamos que tiene la siguiente función de densidad:

x	0	1	2	3	4
$f_X(x)$	0.002	.001	.002	.005	.02

x	5	6	7	8	9	10
$f_X(x)$.04	.18	.37	.25	.12	.01

Encuentra la esperanza y varianza de X

Problema 2.- Sea X una variable aleatoria discreta con función de densidad

x	-1	-2	0	1	3
$f_X(x)$	0.2	0.2	0.1	0.25	0.25

Calcula $E[X]$

Sea $Y = X^2 + 1$ Calcula la función de densidad de Y

Calcula $E[Y]$ utilizando la función de densidad de Y

Calcula $E[Y]$ utilizando la ley del estadístico inconsciente

Problema 3.- Sea X una variable aleatoria con densidad:

$$f_X(x) = p(1-p)^{x-1} \mathbb{I}_{\mathbb{N}}(x)$$

Sea $Y = \cos(\pi X)$

(a) ¿Qué valores puede tomar Y ?

(b) Encuentra la función de densidad de Y (i.e. $f_Y(y) = P(Y=y)$)

(b) Calcula la Esperanza de Y utilizando la función de densidad de Y

(b) Calcula la Esperanza de Y utilizando la regla del estadístico inconsciente

Problema 4.- Sea Y con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} Ce^{-5x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Encuentra C tal que f_X sea función de densidad

Encuentra la función de distribución de X , F_X

Encuentra $E[Y]$

Problema 5.- Sea X con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & \text{si } 0 \leq x \leq c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentra c tal que f_X sea función de densidad.

Encuentra $E[X]$ y $Var(X)$

Problema 6.- Dí si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

(a) La esperanza de una variable aleatoria puede ser cero

(b) No hay dos variables aleatorias distintas con la misma esperanza

(c) La esperanza de una variable aleatoria nunca es negativa

(d) La varianza de una variable aleatoria puede ser cero

(e) La varianza de una variable aleatoria nunca puede ser negativa

(f) No hay dos variables aleatorias distintas con la misma esperanza y la misma varianza

Problema 7.- Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(a) Calcula $E[X]$ y $Var(X)$

(b) Calcula $E[E[X]]$ y $Var(Var(X))$

Problema 8.- Sea X una variable aleatoria discreta con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x(x+1)} & \text{si } x = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Demuestra que f_X es una función de densidad y que $E[X]$ no existe

👍 BUENA SUERTE 🙌