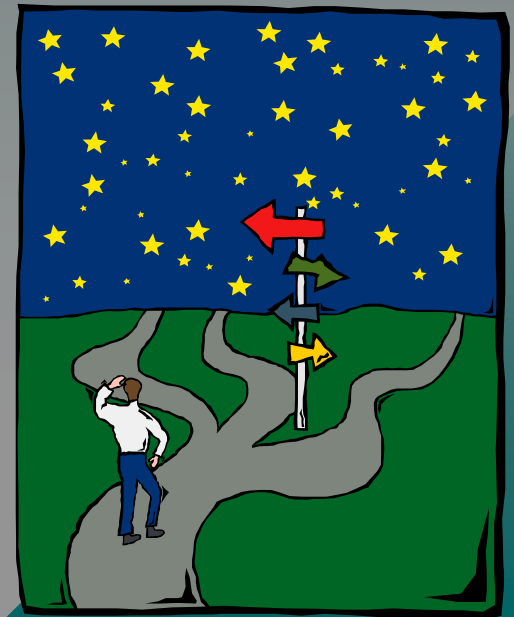
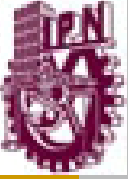




MÉTODOS MULTICRITERIO PARA LA AYUDA A LA TOMA DE DECISIONES.

M. En C. Eduardo Bustos Farías.





Objetivos

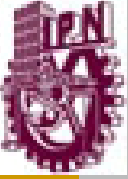
- Se analiza el procesamiento de la información y la búsqueda de la misma.
- Se discute acerca de las limitaciones de estos métodos, debido a la variedad de elementos a considerar, tanto de parte del decisor, como de los modelos axiomáticos y los software de cómputo disponibles.
- Esta exposición pretende estimular al público a incorporar las técnicas decisionales multicriterio a su conjunto de herramientas analíticas.



Resumen

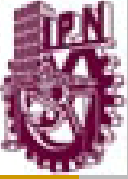
Se presenta una exposición general de tres métodos multicriterio discretos para la ayuda a la toma de decisiones:

- las Relaciones de Sobreclasificación,
- la Teoría de la Utilidad Multiatributo,
- el Proceso Analítico Jerárquico,



Introducción

- Los métodos multicriterio de ayuda a la decisión dan al tomador de decisiones algunas herramientas para hacerlo capaz de avanzar en la resolución de problemas de decisión donde muchos puntos de vista deben ser tomados en cuenta (frecuentemente contradictorios).
- No existe, en general, ninguna decisión (solución, acción) la cual sea la mejor simultáneamente desde todos los puntos de vista.
- La optimización no tiene mucho sentido, en contraste los métodos multicriterio no obtienen "las mejores soluciones" (tales soluciones no existen).
- Por eso es esencial el uso de la ⁴ palabra ayuda.



Relaciones de Sobreclasificación

- Familia de métodos, desarrollado inicialmente por Bernard Roy, en 1968, como una aproximación complementaria a la teoría de la utilidad multiatributo.
- Las relaciones de Sobreclasificación (outranking relationship) son métodos no compensatorios, ya que no están permitidos los intercambios de logros entre atributos.
- El tipo de procesamiento de información es intradimensional, y la búsqueda de información es de eliminación por aspectos.



Relaciones de Sobreclasificación

Estos métodos surgen al aceptar incomparabilidades y al no imponer propiedades de transitividad. Ello significa que las preferencias no pueden ser expresadas por una única función numérica

Los principios básicos de las relaciones de Sobreclasificación son:

1. La construcción del modelo de Sobreclasificación, el cual representa la preferencia total y el cual puede ser formado por uno o más valores o relaciones binarias.
2. La explotación del modelo en función del problema a resolver.

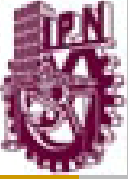


Relaciones de Sobreclasificación

Las relaciones de Sobreclasificación son utilizadas en los métodos:

- ELECTRE (elimination and (et) choice translating algorithm),
- PROMETE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations),
- GAIA y
- en los análisis de concordancia en general.

Se refiere a la comparación de dos alternativas respecto a todos los criterios mediante el uso de relaciones binarias.



Relaciones de Sobreclasificación

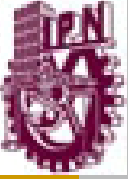
Muchos elementos pueden ser tomados en cuenta para escoger un método de sobreclasificación, por ejemplo:

- qué tipo de resultado se desea obtener,
- qué tipo de información es posible obtener como datos de entrada y
- cuáles propiedades son consideradas como importantes para el método.



Aplicaciones

- Buchanan (1999) propone una aplicación real de la metodología de la selección de un proyecto para una compañía de electricidad de Nueva Zelanda, utilizando el método ELECTRE III,
- Mauchant (1996) habla del contexto de programas como PROMETHEE y GAIA;
- Brams et al (1994), explica el uso de PROMETE,
- Abu -Taled et al (1994), propone el uso de PROMETHEE V en planeación de recursos del agua y
- Romero (1996) aplica ELECTRE I a la selección de un caza-bombardero.



Teoría de la Utilidad Multiatributo

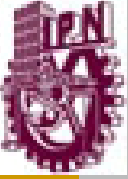
- Fue desarrollada por Ralph L. Keeney y Howard Raiffa, en 1976.
- Busca expresar las preferencias del decisor sobre un conjunto de atributos o criterios en términos de la utilidad que le reporta, dentro de un contexto de la teoría de la decisión en condiciones de incertidumbre.
- Se trata de modelos de agregación de preferencias efectuadas respecto a criterios individuales, en los cuales se modelan las preferencias globales del decisor mediante una función de valor.
- La norma de comportamiento es el principio de la racionalidad.



Teoría de la Utilidad Multiatributo

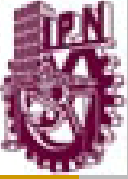
Dos ventajas de estos modelos es el hecho de que pueden excluir cualquier incomparabilidad y que estas preferencias son transitivas

- Es un método compensatorio por que los intercambios de logros entre atributos están permitidos.
- El procesamiento de información es interdimensional, y la búsqueda de información es variable.



Aplicaciones

- El proyecto de localización de un nuevo aeropuerto en la Ciudad de México (Prawda, 1995, p. 70),
- Otros problemas de localización (Buffa, 1994, p. 129), y
- Exámenes para elegir candidatos (French, 1988, p. 138)



El Proceso Analítico Jerárquico

- Es un método desarrollado por Thomas L. Saaty en 1980, como una ayuda a la toma de decisiones,
- consiste en dividir una situación compleja y poco estructurada en sus partes que la componen;
- arreglando estas partes, o variables, en un orden jerárquico; asignando valores numéricos a juicios subjetivos sobre la importancia relativa de cada variable;
- y sintetizando los juicios para determinar cuales variables tienen la mayor prioridad y deben actuar bajo la influencia del resultado de la situación.



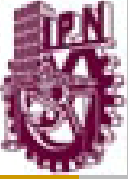
El Proceso Analítico Jerárquico

- El proceso involucra estructurar un problema de un objetivo primario a niveles secundarios de objetivos.
- Una vez que estas jerarquías han sido establecidas, una matriz de comparación por pares de cada elemento, dentro de cada nivel es construido.
- Los participantes pueden sopesar cada elemento con cada uno de los otros elementos dentro de cada nivel, cada nivel está relacionado a los niveles sobre y debajo de éste, y el esquema total es resuelto matemáticamente.
- El resultado es una clara afirmación prioritaria de un individuo o grupo.



El Proceso Analítico Jerárquico

- Es especialmente adecuado para decisiones complejas las cuales involucran la comparación de elementos de decisión los cuales son difíciles de cuantificar.
- Está basado en el supuesto de que cuando nos enfrentamos con una decisión compleja la reacción humana natural es agrupar los elementos de decisión de acuerdo con sus características comunes.



Aplicaciones

- En el campo médico (Primare Care Institute, 1997),
- En proyectos de priorización de transporte,
- En problemas de desarrollo organizacional.

Aplicaciones



Un modelo de evaluación jerárquica es construido usando herramientas de un programa de computadora basado en el proceso analítico jerárquico, tales como: el Programa de Toma de Decisiones Expertas y el de Elección Experta.

En años recientes el proceso analítico jerárquico ha sido usado para muchas diferentes aplicaciones incluyendo planeación estratégica, ubicación de recursos y la selección de la mejor alternativa.

Este método es compensatorio, ya que en la estrategia de elección los intercambios de logros entre atributos (trade-offs) están permitidos.

EJEMPLO DE AHP

- Diane Payne, planea adquirir un auto usado, después de un análisis previo de marcas y modelos disponibles, redujo la lista de alternativas a tres autos: A, B y C.

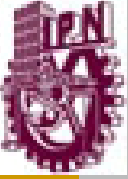
Tabla 18.1

INFORMACIÓN PARA EL PROBLEMA DE SELECCIÓN DE AUTOMÓVIL

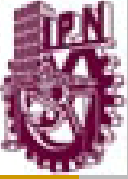
Categoría	Automóvil A	Automóvil B	Automóvil C
Precio	\$13,100	\$11,200	\$9500
MPG	18	23	29
Interior	Deluxe	Por encima del promedio	Estándar
Carrocería	Tamaño medio 4 puertas	Sport 2 puertas	Compacto 2 puertas
Radio	AM/FM, cinta	AM/FM	AM/FM
Motor	6 cilindros	4 cilindros turbo	4 cilindros



- Con base en la información de la tabla 18.1 —así como en sus sentimientos personales, resultado de haber manejado cada uno de los automóviles— Payne decidió que para llegar a la compra necesitaba tomar en consideración varios criterios.
- Después de meditar seleccionó el precio, las millas por galón (MPG), la comodidad y el estilo como los cuatro criterios a considerar.
- Los datos cuantitativos relacionados con el precio y con las MPG están incluidos directamente en la tabla 18.1.
- Sin embargo, la medida de la comodidad y la del estilo no pueden especificarse con tanta facilidad. Payne necesitará pensar en factores como los acabados interiores del automóvil, equipo estereofónico, facilidad de entrada y salida, y características de ajuste de los asientos, para determinar el nivel de comodidad.



- Incluso cuando tratamos con un criterio tan fácilmente medible como el precio, la subjetividad se convierte en un problema siempre que el tomador de decisiones indica una preferencia personal.
- Por ejemplo, el automóvil A cuesta 3600 dólares más que el auto C; esta diferencia pudiera representar mucho dinero para una persona pero no para otra.
- Así, el hecho de que el auto A pueda considerarse extremadamente más costoso que el C o solamente moderadamente más costoso resulta un juicio subjetivo que dependerá principalmente del estado financiero de quien efectúa la comparación.
- Una ventaja de AHP es que está diseñado para manejar situaciones de esta índole, en la cual los juicios subjetivos de los individuos forman parte importante del proceso de decisión.

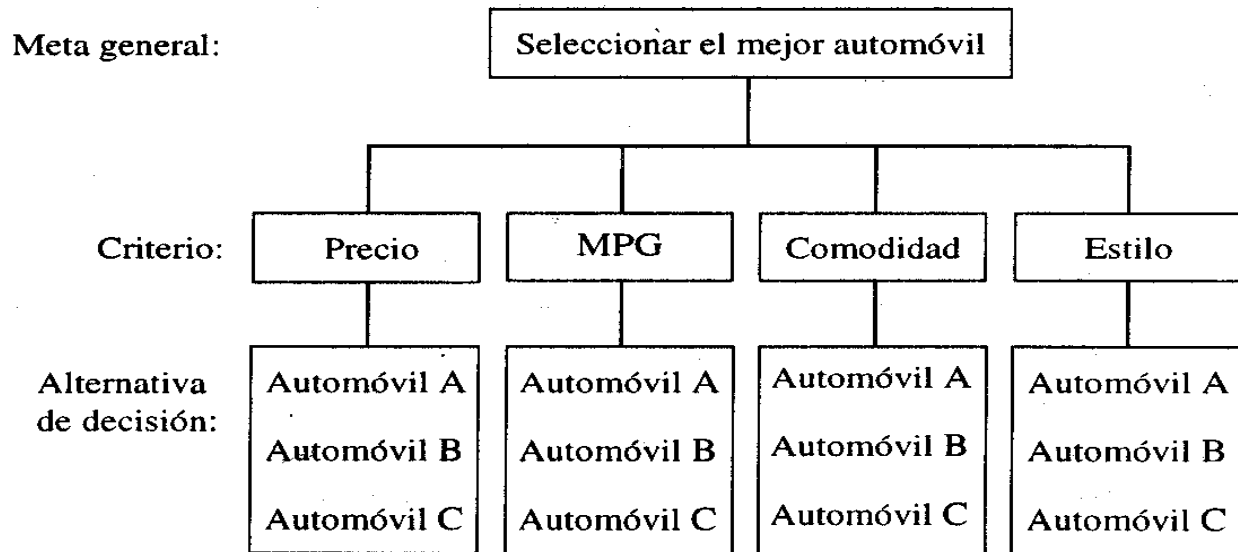


Desarrollo de la jerarquía

- El primer paso en AHP es desarrollar una representación gráfica del problema, en función de la meta general, de los criterios y de las alternativas de decisión.
- Este tipo de gráfica pone de manifiesto la jerarquía del problema.
- La figura 18.6 muestra la jerarquía para la selección de automóvil. Observe que el primer nivel de la jerarquía indica que la meta general es seleccionar el mejor auto.
- En el segundo nivel, los cuatro criterios (precio, MPG, comodidad y estilo) contribuirán a lograr la meta general.
- Finalmente, en el tercer nivel, cada alternativa de decisión (automóvil A, automóvil B y automóvil C) contribuyen de manera única a cada uno de los criterios.

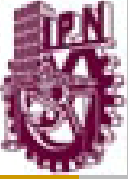
Figura 18.6

JERARQUÍA DEL PROBLEMA DE SELECCIÓN DE AUTOMÓVILES





- Utilizando AHP, el tomador de decisiones hace juicios sobre la importancia relativa de cada uno de los criterios, en función de su contribución para la meta general.
- En el nivel siguiente quien toma la decisión indica una preferencia, es decir, una prioridad para cada alternativa de decisión, en función de cómo contribuir a cada criterio.
- Por ejemplo, en la selección del automóvil, Payne necesitará definir cuál es su juicio sobre la importancia relativa de cada uno de los cuatro criterios.
- También necesitará señalar su preferencia hacia cada uno de los tres autos, en relación con cada uno de los criterios.
- Para simplificar la información de la importancia relativa y de las preferencias, y dar una clasificación de prioridades de los tres vehículos en función de su preferencia general, se utiliza un proceso matemático.



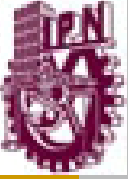
ESTABLECIMIENTO DE PRIORIDADES UTILIZANDO AHP

Lo que se necesita determinar en la selección de autos es la prioridad de:

1. los cuatro criterios en función de la meta general,
2. los tres automóviles en función del precio,
3. los tres automóviles en función de MPG,
4. los tres automóviles en función de la comodidad, y
5. los tres automóviles en función del estilo.



- En el análisis siguiente mostramos cómo establecer prioridades para los tres automóviles en función de la comodidad.
- Los otros conjuntos de prioridades pueden determinarse de manera similar.



Comparaciones por pares

- La comparación por pares es el bloque constructivo fundamental de AHP.
- Para establecer las prioridades de los tres vehículos en función de la comodidad, le pedimos a Diane Payne que exprese una preferencia sobre este criterio, cuando los autos se consideran de dos en dos (por pares).
- Esto es, debe comparar la comodidad del automóvil A con la del B; la del A con la del C, y la del B con la del C, en tres comparaciones separadas.

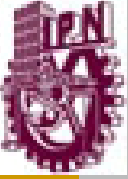


- AHP utiliza una escala subyacente con valores de 1 a 9 para evaluar las preferencias relativas entre dos elementos.
- La tabla 18.2 nos da las tasas numéricas recomendadas para las preferencias verbales expresadas por quien toma las decisiones. La investigación y la experiencia han confirmado que la escala de 9 unidades es una base razonable para discriminar preferencias entre dos elementos distintos.

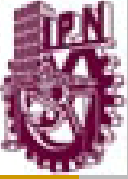
Tabla 18.2

ESCALA DE COMPARACIÓN POR PARES PARA PREFERENCIAS AHP

Juicio verbal sobre la preferencia	Tasa numérica
Extremadamente más preferido	9
De muy poderosamente más a extremadamente más	8
Muy poderosamente más preferido	7
De poderosamente más a muy poderosamente más	6
Poderosamente más preferido	5
De moderadamente más a poderosamente más	4
Moderadamente más preferido	3
De igual a moderadamente más	2
Igualmente preferido	1



- En el problema de los automóviles, suponga que Payne comparó la comodidad del A con la del B, y está convencida de que el primero es más cómodo. A continuación se le pregunta cuál prefiere entre el A comparado con el B, utilizando algunas de las descripciones verbales que aparecen en la tabla 18.2.
- Si ella prefiere moderadamente el automóvil A sobre el B, en AHP se utiliza un valor 3; si prefiere poderosamente el auto A, se utiliza un 5; si prefiere muy poderosamente el A, se Utiliza un 7; si la preferencia es extremadamente más, se utiliza un 9.
- Los valores 2, 4, 6 y 8 son intermedios en la escala de preferencia. Se reserva el valor 1, si los dos elementos se consideran igualmente preferidos. 28



- Suponga que al pedirle que diga su preferencia entre los automóviles A y B, en cuanto al criterio de comodidad, Payne señala que prefiere el automóvil A igual a moderadamente más que el B, la medida que refleje este juicio sería un 2. A continuación, se le pide expresar su preferencia entre el vehículo A y el C.
- Suponga que este caso indica que prefiere el auto A muy poderosamente a extremadamente más que el automóvil C, esto corresponde a una tasa de 8. Finalmente, a Payne se le pide que diga su preferencia en cuanto al automóvil B comparado con el C.
- Suponga que en este caso ella prefiere de poderosamente más a muy poderosamente más el B en comparación con el C; AHP le asignaría el número 6.



La matriz de comparación por pares

- Para desarrollar las prioridades de los tres automóviles en función al criterio de comodidad, necesitamos elaborar una matriz de los valores de comparación por pares.
- Se están considerando tres vehículos, por lo que la matriz de comparación por pares consistirá en tres renglones y tres columnas.
- La porción siguiente de la **matriz de comparación por pares** se basa en las preferencias especificadas por Diane Payne.



Comodidad

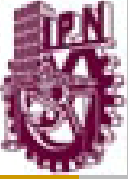
Automóvil A Automóvil B Automóvil C

Automóvil A
Automóvil B
Automóvil C

2

8

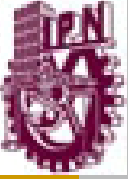
6



- El Valor de la matriz que corresponde a la comparación del automóvil A con el B es 2; la comparación del A con el C es 8 y la del auto B con el C es 6.
- Para determinar las entradas faltantes en la matriz de comparación por pares, primero observe que, cuando comparemos cualquiera de los automóviles consigo mismo, el juicio será "igualmente preferido".
- Por tanto, con base en la escala mostrada en la tabla 18.2, el valor del automóvil A comparado con el A; del B con el B y del C con el C debe ser 1.
- Así, AHP le asigna 1 a todos los elementos de la diagonal de la matriz de comparación por pares.



- Todo lo que resta es determinar la evaluación del auto B comparado con el A; del C en comparación con el A y del C con el B.
- Obviamente, podríamos seguir el mismo procedimiento, pidiéndole a Payne que nos diga su preferencia en estas tres comparaciones por pares.
- Sin embargo, sabemos que su preferencia entre el auto A y el B es 2, por lo que no necesita hacer otra comparación por pares de estos dos vehículos.

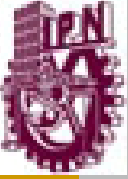


- De hecho, concluiríamos que la escala de preferencia para el automóvil B en comparación con el A es simplemente el recíproco del valor de preferencia del A comparado con el B, es decir $1/2$.
- De tal manera, AHP obtiene la escala del auto B frente al A calculando el recíproco del valor del A en relación con el B.
- Utilizando esta relación inversa, es decir, recíproca, encontramos que la escala del automóvil C en comparación con el A es $1/8$ y la del C con el B es $1/6$. Estos valores de preferencia completan la matriz de comparación por pares respecto al criterio de comodidad, como se puede ver en la tabla 18.3.

Tabla 18.3

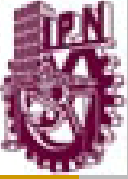
MATRIZ DE COMPARACIÓN POR PARES QUE MUESTRA LAS PREFERENCIAS PARA LOS TRES AUTOMÓVILES EN FUNCIÓN DE LA COMODIDAD

	Comodidad		
	Automóvil A	Automóvil B	Automóvil C
Automóvil A	1	2	8
Automóvil B	$\frac{1}{2}$	1	6
Automóvil C	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	1



Síntesis

- Una vez que hayamos desarrollado las matrices de comparaciones por pares, podemos calcular la prioridad de cada uno de los elementos que se están comparando.
- Por ejemplo, ahora necesitamos utilizar la información de comparación por pares de la tabla 18.3, para estimar la prioridad relativa de cada uno de los automóviles, en función del criterio de comodidad.
- Esta parte de AHP se conoce como **sintetización**.

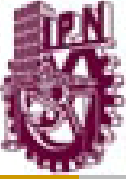


Procedimiento para los juicios de sintetización

- Paso 1. Sume los valores de cada columna de la matriz de comparación por pares.
- Paso 2. Divida cada uno de los elementos de la matriz de comparación por pares entre el total de su columna; la matriz resultante se conoce como **matriz de comparación por pares normalizada**.
- Paso 3. Calcule la media de los elementos de cada hilera de la matriz normalizada; estas medias nos dan una estimación de las prioridades relativas de los elementos que se están comparando.



- Para mostrar cómo opera este proceso de sintetización, efectuaremos el procedimiento en tres pasos para la matriz de comparación por pares que se muestra en la tabla 18.3.



Paso 1. Sumar los valores en cada columna.

Comodidad			
	Automóvil A	Automóvil B	Automóvil C
Automóvil A	1	2	8
Automóvil B	$\frac{1}{2}$	1	6
Automóvil C	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1
Totales	$\frac{13}{6}$	$\frac{19}{6}$	15

Paso 2. Divida cada elemento de la matriz entre el total de su columna.

Comodidad			
	Automóvil A	Automóvil B	Automóvil C
Automóvil A	$\frac{8}{13}$	$\frac{12}{19}$	$\frac{8}{15}$
Automóvil B	$\frac{4}{13}$	$\frac{6}{19}$	$\frac{6}{15}$
Automóvil C	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{15}$

Nota: Todas las columnas en la matriz de comparación por pares normalizada tienen ahora una suma igual a 1.

Paso 3. Promedie los elementos de cada hilera. (Los valores en la matriz de comparación por pares normalizada han sido convertidos a decimales.)

Comodidad				
	Automóvil A	Automóvil B	Automóvil C	Promedio de la hilera
Automóvil A	0.615	0.632	0.533	0.593
Automóvil B	0.308	0.316	0.400	0.341
Automóvil C	0.077	0.053	0.067	0.066
Total				1.000

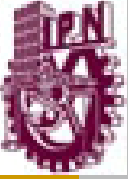
- Esta síntesis nos da las prioridades relativas para estos tres automóviles respecto a la comodidad.
- En este sentido, el preferido es el automóvil A (con una prioridad de 0.593).
- El B (con una prioridad de 0.341) es segundo, seguido por el C (con una prioridad de 0.066).
- Escribimos el vector de prioridad mostrando las prioridades

$$\begin{bmatrix} 0.593 \\ 0.341 \\ 0.066 \end{bmatrix}$$



Consistencia

- Un paso clave en AHP es establecer prioridades, usando el procedimiento de comparación por pares recién descrito.
- Una consideración importante acerca de la calidad de la decisión final se relaciona con la **consistencia** en los juicios, demostrada por el tomador de decisiones durante la serie de comparaciones por pares.



- Debe aceptarse que es difícil conseguir consistencia perfecta y que puede esperarse alguna falta de consistencia en prácticamente cualquier juego de comparaciones por pares.
- A fin de manejar el asunto de la consistencia, AHP nos da un método para medir el grado de consistencia entre juicios por pares emitidos por quien toma la decisión.
- Si el grado de consistencia es aceptable, el proceso de decidir puede continuar.
- De lo contrario, el tomador de decisiones debe reconsiderar y posiblemente revisar los juicios de comparación por pares, antes de seguir adelante en el análisis.



- AHP da una medida de consistencia en juicios de comparación por pares, al calcular una **relación de consistencia**.
- Ésta se diseñó de tal manera que los valores de la relación por arriba de 0.10 indican juicios inconsistentes; en estos casos, quien toma las decisiones quizá desee revisar los valores originales de la matriz de comparación por pares.
- Valores de relación de consistencia de 0.10 o inferiores, se consideran con un nivel razonable de consistencia.



Paso 1. En la matriz de comparación por pares multiplique cada uno de los valores de la primera columna por la prioridad relativa del primer elemento considerado; multiplique cada valor de la segunda columna por la prioridad relativa del segundo elemento; multiplique cada valor de la tercera columna por la prioridad relativa del tercer elemento. Sume los valores ubicados a lo largo de los renglones para obtener un vector de valores conocido como “suma ponderada”. Para el problema de selección del automóvil este cálculo es

$$\begin{aligned} 0.593 \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} \end{bmatrix} + 0.341 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} + 0.066 \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.593 \\ 0.297 \\ 0.074 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.682 \\ 0.341 \\ 0.057 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.528 \\ 0.396 \\ 0.066 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.803 \\ 1.034 \\ 0.197 \end{bmatrix} \quad \text{Vector de sumas ponderadas} \end{aligned}$$

Paso 2. Divida los elementos del vector de sumas ponderadas, obtenido en el paso 1, entre el valor de prioridad correspondiente. Para el problema de selección de automóviles obtenemos

$$\frac{1.803}{0.593} = 3.040$$

$$\frac{1.034}{0.341} = 3.032$$